



# Analysis I

## Tutorium 12

### Aufgabe 1

Sei  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  eine streng monoton wachsende und differenzierbare Funktion. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- (a)  $f'$  ist monoton wachsend.
- (b)  $(f^{-1})'$  ist monoton wachsend.
- (c) Es gilt  $f'(x) > 0$  für alle  $x$ .
- (d) Es gilt  $(f^{-1})'(x) > 0$  für alle  $x$  (im Definitionsbereich von  $(f^{-1})'$ ).

### Aufgabe 2

Sei  $D \subseteq \mathbb{R}$  ein offenes Intervall und  $f, g : D \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbare Funktionen. Wir definieren eine Funktion  $F : D \rightarrow \mathbb{R}$  durch

$$F(x) = \max\{f(x), g(x)\}.$$

- (a) Zeigen Sie, daß  $F$  differenzierbar ist in jedem Punkt  $x \in D$  mit  $f(x) \neq g(x)$ .
- (b) Finden Sie  $f, g$  und  $x$ , so daß  $F$  im Punkt  $x$  nicht differenzierbar ist.

### Aufgabe 3

(a) Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine Funktion mit  $|f(x)| \leq x^2$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, daß  $f$  im Punkt 0 differenzierbar ist und bestimmen Sie  $f'(0)$ .

(b) Finden Sie eine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , welche differenzierbar in 0, aber unstetig in jedem anderen Punkt ist.