Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Ulrich Kohlenbach
PD Dr. Achim Blumensath
Dr. Eyvind Briseid

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

13.01.2010

11. Tutorium Analysis I
Wintersemester 2009/2010

(T11.1)

Man bestimme alle stetigen Funktionen, die folgenden Funktionalgleichungen genügen:

(i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x+y) = f(x) + f(y)$.

(ii) $g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, $g(xy) = g(x) + g(y)$.

(iii) $h : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, $h(xy) = h(x)h(y)$.

(T11.2)

Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine monoton wachsende Funktion. Außerdem seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ gegeben und es gelte $f(a) > a$ und $f(b) < b$.

Zeigen Sie: f besitzt mindestens einen Fixpunkt, d.h. es existiert ein $x \in \mathbb{R}$ mit $f(x) = x$.