Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Ulrich Kohlenbach
PD Dr. Achim Blumensath
MSc Eyvind Briseid

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wintersemester 2009/2010

Analysis I

Tutorium 8

Aufgabe 1

In §9 Satz 3 wurde gezeigt, daß jede nicht-leere, nach oben beschränkte Teilmenge $A \subseteq \mathbb{R}$ ein Supremum besitzt. Zeigen Sie, daß diese Aussage das Vollständigkeits-Axiom und das archimedische Axiom impliziert, d. h. daß jeder geordnete Körper mit der Eigenschaft aus §9 Satz 3 diese beiden Axiome erfüllt.

Aufgabe 2

Wir sagen, daß eine Familie $\mathcal{F}$ von offenen Intervallen eine Teilmenge $A \subseteq \mathbb{R}$ *überdeckt,* wenn gilt

$$A \subseteq \bigcup_{(a,b)\in\mathcal{F}} (a,b)\,.$$

Eine Teilmenge $A \subseteq \mathbb{R}$ hat die *Heine-Borel Eigenschaft,* wenn es zu jeder Familie $\mathcal{F}$ von offenen Intervallen, welche A überdeckt, eine endliche Teilmenge $\mathcal{F}_0 \subseteq \mathcal{F}$ gibt, die A ebenfalls überdeckt.

Zeigen Sie, daß jedes abgeschlossene Intervall $[a,b] \subseteq \mathbb{R}$ die Heine-Borel Eigenschaft besitzt.