Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Ulrich Kohlenbach
PD Dr. Achim Blumensath
MSc Eyvind Briseid

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wintersemester 2009/2010

Analysis I

Übung 5

Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ genau dann konvergiert, wenn sie beschränkt ist und genau einen Häufungspunkt besitzt.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, daß jede Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Teilfolge besitzt, die monoton wachsend oder monoton fallend ist.

Hausaufgaben

Aufgabe 3

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge. Zeigen Sie, daß $a \in \mathbb{R}$ genau dann ein Häufungspunkt von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist, wenn gilt

$$\forall \varepsilon > 0\, \forall n\, \exists m > n\, [|a_m - a| < \varepsilon]\,.$$

Aufgabe 4

Zeigen Sie die Ungleichung

$$\sqrt{ab} \leq \frac{1}{2}(a+b)\,, \quad \text{für } a, b \geq 0\,,$$

wobei Gleichheit nur für $a = b$ gilt. (*Hinweis.* Betrachten Sie $x := \frac{a}{\sqrt{ab}}$.)