Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Ulrich Kohlenbach
PD Dr. Achim Blumensath
MSc Eyvind Briseid

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

30.10.2009

3. Übung Analysis I
Wintersemester 2009/2010

(G3.1)

Man zeige: Zu jeder reellen Zahl $b > 1$ existiert eine natürliche Zahl n_0, so dass $b^n > n$ für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq n_0$ gilt.

(G3.2)

(a) Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ mit

$$|x-a| + |x-b| \leq b-a,$$

wobei $a \leq b$.

(b) Beweisen Sie: Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ mit $x, y > 0$ gilt

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2.$$

Hausaufgaben

(G3.3)

(a) Beweisen Sie: Für $x, y \in \mathbb{R}$ gilt

$$\Big||x| - |y|\Big| \leq |x-y|.$$

(b) Beweisen Sie: Für $x, y, v, u \in \mathbb{R}$ gilt

$$\Big||x-y| - |u-v|\Big| \leq |x-u| + |v-y|.$$

(G3.4)

(a) Zeigen Sie, dass folgende Ungleichung für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \geq 2.$$

(b) Wir sagen, eine Untermenge $U \subseteq \mathbb{R}$ ist *dicht* in $\mathbb{R}$ wenn

$$\forall x \in \mathbb{R}\, \forall \varepsilon > 0\, \exists t \in U\, (x - \varepsilon < t < x + \varepsilon).$$

Zeigen Sie, dass $\mathbb{Q}$ dicht in $\mathbb{R}$ ist.