



8. Übung zu Lineare Algebra f. Ph.

Aufgabe 20 – Matrizen linearer Abbildungen:

Gegeben sei eine lineare Abbildung $f : (\mathbb{Z}_5)^3 \rightarrow (\mathbb{Z}_5)^3$ durch

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 + x_2 \\ 2x_1 + x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \end{pmatrix}$$

- Bestimmen Sie die Matrix A zu f und $\text{rank } f$.
- Bestimmen Sie die Lösungen von $f(x) = 0$.
- Bestimmen Sie das Urbild des Vektors $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ bzgl. der Abbildung f .

Aufgabe 21 – Matrizen linearer Abbildungen:

Sei \mathcal{B} die Standardbasis des \mathbb{R}^3 . Eine lineare Abbildung $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ habe bezüglich \mathcal{B}, \mathcal{B} die Matrix

$$M_T^{\mathcal{B}, \mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

- Zeigen Sie, daß $T^2 = T$ gilt.
- Eine zweite Basis des \mathbb{R}^3 sei durch $\mathcal{B}' := \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ gegeben. Stellen Sie die Basiswechselmatrix $M_{id}^{\mathcal{B}, \mathcal{B}'}$ auf und geben Sie die Matrix von T bezüglich $\mathcal{B}', \mathcal{B}'$ an. Kann man das Ergebnis geometrisch interpretieren?

Aufgabe 22 – Inverse von Matrizen:

Finden Sie eine Rechtsinverse zu folgenden Matrizen, d.h. bestimmen Sie zu einer Matrix A eine weitere Matrix A^{-1} , sodaß $AA^{-1} = 1$.

i) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ii) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ iii) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$