Fachbereich Mathematik
Prof. B. Farkas
Yong He
28.01.2010

7. Übung zu Lineare Algebra f. Ph.

Aufgabe 17 – Matrizen linearer Abbildungen:

Untersuchen Sie folgende Matrizen auf ihre Abbildungseigenschaften, d.h., untersuchen, wie sich ein Vektor zu seinem Bild verhält.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 18 – Matrizenmultiplikationen:

Berechnen Sie die Produkte folgender Matrizen:

$$A := (1,3,5), \quad B := \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 19 – Matrizen linearer Abbildungen:

Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix A aus den Bildern der kanonischen Einheitsvektoren.

i) Die Abbildungsmatrix der Spiegelung an der x-Achse im $\mathbb{R}^2$.

ii) Die Abbildungsmatrix der Spiegelung an der Geraden $g\colon \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ im $\mathbb{R}^2$.

iii) Die $\frac{\pi}{2}$-Drehung im Uzs. um den Nullpunkt in $\mathbb{R}^2$.

Hausaufgabe 13 – Lineare Abbildungen:

i) Zeigen Sie, daßes keine lineare Abbildung $f\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ gibt mit

$$\operatorname{Bild}(f) = \operatorname{lin}\{\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}\}, \quad \operatorname{Kern}(f) = \operatorname{lin}\{\begin{pmatrix}1\\-2\\0\\1\end{pmatrix}\}$$

ii) Bestimmen Sie bezüglich geeigneter Basen im Bild- und Urbildraum die Matrix für eine lineare Abbildung $f\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\operatorname{Bild}(f) = \operatorname{lin}\{\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}\}, \quad \operatorname{Kern}(f) = \operatorname{lin}\{\begin{pmatrix}1\\-2\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\-1\\1\\0\end{pmatrix}\}$$

Hausaufgabe 14 – Matrizen: Geben Sie die Matrix A zu der Identität $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ bzgl. der Standardbasis $e := \{e_1, e_2, e_3\}$an. Geben Sie die Matrix $B^{e,v}$ zu der Identität $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ bzgl. der Basis e im Urbild und v im Bild an:

$$v_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}.$$