Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Michael Kohler
Dominique Küpper

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

WS 09/10
09.02.2010

12. Übungsblatt zur „Mathematik und Statistik für Biologie“

Aufgabe 45

Gegeben sei die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung:

x	0,00	0,85	1,00	1,29	1,65	1,96	2,00	2,33	3,00
$\Phi_{0;1}(x)$	0,5000	0,8023	0,8413	0,9015	0,9505	0,9750	0,9773	0,9901	0,9987

Lesen Sie für eine $\mathcal{N}(0,1)$-verteilte Zufallsvariable Z die Werte $a, b, c \in \mathbb{R}$ aus obiger Tabelle heraus:

(a) $P(|Z| \leq a) \geq 0,95$.

(b) $P(Z \leq b) \geq 0,99$.

(c) $P(|Z| > c) \leq 0,10$.

Aufgabe 46

Eine Kettenviper gibt bei einem durchschnittlichen Erstbiss etwa 72 mg Gift ab. Auf einer Schlangenfarm versucht man diese Menge zu steigern, um wirtschaftlicher arbeiten zu können. Ob dies mit einer neuen Züchtung gelungen ist, soll durch eine Studie überprüft werden. Bei 225 Melkvorgängen konnten auf der Farm im Mittel 75 mg Gift entnommen werden, wobei die mittlere quadratische Abweichung bei 169 lag.

Wir wollen nun wissen, ob die Giftmengen der neuen Züchtung überhaupt nennenswert von denen einer normalen Kettenviper abweicht. Dabei gehen wir davon aus, dass die Giftmenge normalverteilt ist. Normalerweise müssten wir hierfür (wegen der geschätzten Varianz) einen t-Test durchführen. Da die Stichprobe aber sehr groß ist, können wir hier einen Gauß-Test anwenden.

(a) Führen Sie mit den oben gemachten Angaben einen Gauß-Test bzgl. der Hypothesen

$$H_0 : \mu = 72 \text{ vs. } H_1 : \mu \neq 72$$

zum Niveau $\alpha = 0,05$ durch.

(b) Welche Schlussfolgerungen lassen sich aufgrund des Testergebnisses aus Aufgabenteil (a) im Hinblick auf den Erfolg der neuen Züchtung ziehen?

Aufgabe 47

Beim einseitigen Gauß-Test ist eine Stichprobe $x_1, \ldots, x_n$ einer Normalverteilung mit unbekanntem Erwartungswert μ und bekannter Varianz σ_0^2 gegeben und zu testen ist für ein gegebenes $\mu_0 \in \mathbb{R}$

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \qquad \text{versus} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

zu gegebenem Niveau $\alpha \in (0,1)$. Dabei wird H_0 abgelehnt, falls

$$\frac{\sqrt{n}}{\sigma_0} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i - \mu_0 \right)$$

größer ist als das α-Fraktil u_α von $\mathcal{N}(0,1)$. Wie müssen Sie diesen Test abändern, um damit

$$\bar{H}_0 : \mu \geq \mu_0 \qquad \text{versus} \qquad \bar{H}_1 : \mu < \mu_0$$

zu Niveau $\alpha \in (0,1)$ zu testen?

Hinweis: Sprechen jetzt große oder kleine Werte von $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i$ für die Gültigkeit von $\bar{H}_0$.

Aufgabe 48

Biologin B. möchte die Theorie überprüfen, das der Nachwuchs der Amerikanischen Walddrossel an Gewicht verliert, sobald er sein Nest verlässt. Es ist bekannt, dass die Amerikanische Walddrossel ca. 30 Tage nach dem Schlüpfen ihr Nest verlässt und dabei ein durchschnittliches Gewicht von $48g$ hat. B. fängt nun $n = 20$ Amerikanische Walddrosseln jeweils 10 Tage nach dem Verlassen des Nests und stellt fest, dass diese 20 Vögel ein durchschnittliches Gewicht von $\bar{x} = 44.3g$ bei einer empirischen Standardabweichung von $s = 4.3$ haben.
Nehmen Sie vereinfachend an, das es sich dabei um eine Stichprobe einer Normalverteilung handelt und ermitteln Sie mit Hilfe eines geeigneten Tests zum Niveau $\alpha = 0.05$, ob Amerikanische Walddrosseln 10 Tage nach Verlassen des Nests in der Tat weniger als $48g$ wiegen.

Hinweis: Ist Z eine t_{19}-verteilte Zufallsvariable, so gilt

$$P(Z \leq -1.729) \;\leq\; 0.05.$$