Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. J.H. Bruinier
Martin Fuchssteiner
Eric Hofmann
Fredrik Strömberg

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
SS 2008

Lineare Algebra II

13. Tutorium

(T 55) Quadriken

Es seien q_A, q_B, q_C, q_D und q_E die zu den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -11 & 0 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}$$

assoziierten quadratischen Formen. Geben Sie jeweils die Signatur an und skizzieren Sie die Kennlinien $\{\vec{x} \mid q_A(\vec{x}) = 1\}$, $\{\vec{x} \mid q_B(\vec{x}) = 1\}$, $\{\vec{x} \mid q_C(\vec{x}) = 1\}$, $\{\vec{x} \mid q_D(\vec{x}) = 1\}$ und $\{\vec{x} \mid q_E(\vec{x}) = 1\}$.

(T 56) Symmetrischer Gaußalgorithmus

Berechnen Sie die Signatur der zu den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 10 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 15 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 3 & 6 \\ -2 & 6 & 16 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

assoziierten quadratischen Formen und beschreiben Sie die Kennlinien.

(T 57) Wiederholung

Wiederholen Sie Aufgabe T34 oder G44.

(T 58) Raumzeit

In der Raumzeit ($\mathbb{R}^4$) wird der folgende 'Abstand' benutzt:

$$s(t, x_1, x_2, x_3) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - c^2t^2}$$

(a) Ein Punkt in der Raumzeit kann von einem Lichtstrahl, der im Ursprung $(0, 0, 0, 0)$ startet, genau dann erreicht werden, wenn dessen Abstand zum Ursprung Null ist. Wie sieht die Menge aller solcher Punkte geometrisch aus? Welche geometrische Form hat die Menge aller Punkte, die von einem solchen Lichtstrahl zur Zeit 1 erreicht werden kann?

(b) Die relativistische Energie E eines Teilchens ist durch die Gleichung

$$E^2 = (p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)c^2 + m_0^2c^4.$$

gegeben. Hierbei sind p_1, p_2, p_3 die drei Komponenten des Impulses, m_0 die Ruhemasse und c die Lichtgeschwindigkeit. Angenommen die Ruhemasse sei konstant und größer als 0. Wie sieht die Menge aller möglichen Konfigurationen für (E, p_1, p_2, p_3) aus?

(c) Ersetze die drei Impulskomponenten p_1, p_2, p_3 möglichst sinnvoll durch eine Komponente $r(p_1, p_2, p_3)$. Wie sieht die Menge aller möglichen Konfigurationen für (E, r) aus?

(T 59)

Von welchem Flächentyp ist die Quadrik $x^T Ax + b^T x + c = 0$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \frac{3}{2}\ ?$$

(T 60)

Von welchem Flächentyp ist die Quadrik $x^T Ax + b^T x + c = 0$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 2 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2+6\sqrt{2} \\ 2+6\sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = 20\ ?$$