Boolesche Algebra

$\mathbb{B} = \{0, 1\}$, die Menge der Booleschen Wahrheitswerte (0: falsch; 1: wahr), bildet mit den Operationen Konjunktion, Disjunktion, und Negation eine *Boolesche Algebra*.

$\mathcal{P}(M)$ bildet mit den Operationen Durchschnitt, Vereinigung, und Komplement eine *Boolesche Algebra*.

Aus den Axiomen **BA1**–**BA4** folgen dann zusätzlich diese Gesetze:

(1) *Idempotenz*; für alle $x \in B$ gilt: $x \cdot x = x + x = x$

(2) *de Morgan Gesetze*:

  (i) für alle $x, y \in B$ gilt: $(x \cdot y)' = x' + y'$

  (ii) für alle $x, y \in B$ gilt: $(x + y)' = x' \cdot y'$

(3) *Absorption*; für alle $x, y \in B$ gilt: $x \cdot (x + y) = x + (x \cdot y) = x$

(4) $'$ ist *involutiv*: für alle $x \in B$ gilt $(x')' = b$

(5) für alle $x \in B$ gilt: $x \cdot 0 = 0$, $x + 1 = 1$

Man kann zunächst zeigen, dass die Axiome **BA1**–**BA4** (1), (5) und (3) implizieren; weiter, dass die Gleichungen in **BA4** das Element x' für jedes $x \in B$ eindeutig bestimmen, und dass daraus, zusammen mit **BA1** , (4) folgt. Schließlich folgt (2) aus den übrigen.