Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Steffen Roch
Dipl.-Math. Petra Csomos
Dipl.-Math. Michael Klotz
Dipl.-Inf. Jens Mehnert

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008
04.07.2008

14. Übungsblatt zur „Mathematik II für ET, WI(ET), SpoInf, IkT, IST, BSc. ET, CE, EPE, Mechatronik“

Gruppenübung

Aufgabe G43 (Integration über Normalbereiche)

(a) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = xy^2 \ .$$

Bestimmen Sie das Integral $\int_{H_x} f$, wobei

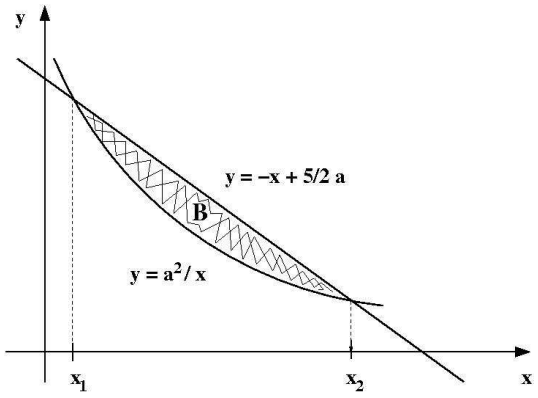
$$H_x = \{(x, y) : \ x \in [0, 1], \ x^2 \leq y \leq x\} \ .$$

Erhält man dasselbe Ergebnis für $\int_{H_y} f$ mit

$$H_y = \{(x, y) : \ y \in [0, 1], \ y \leq x \leq \sqrt{y}\} \ ?$$

Warum?

(b) Berechnen Sie die Fläche des Bereiches B, das zwischen den Kurven $xy = a^2$ und $x + y = \frac{5}{2}a$ $(a > 0)$ liegt (siehe Skizze).



Aufgabe G44 (Subtitutionsregel – Zylinderkoordinaten)
Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y, z) = \frac{z}{1 + x^2 + y^2} \ .$$

Berechnen Sie ihr Integral $\int_Z f$ auf dem Bereich

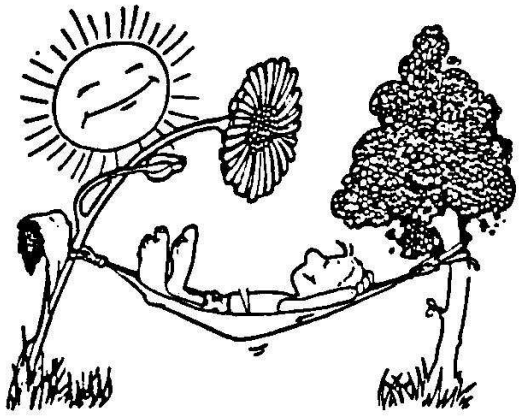
$$Z = \{(x, y, z) : \ x^2 + y^2 \leq 1, \ 0 \leq z \leq 1\} \ .$$

Hinweis: Skizzieren Sie den Bereich Z, und substituieren Sie (x, y, z) mit den Zylinderkoordinaten.

Aufgabe G45 (Substitutionsregel – Kugelkoordinaten)
Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ die Funktion definiert mit

$$f(x, y, z) = \frac{xyz}{x^2 + y^2 + z^2} \ .$$

Berechnen Sie ihr Integral $\int_K f$ auf dem Bereich K, wobei K das Einheitskugelachtel für $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$ ist.
Hinweis: Beachte $(\sin^n \varphi)' = n \sin^{n-1} \varphi \cos \varphi$ und $(\cos^n \varphi)' = -n \cos^{n-1} \varphi \sin \varphi$ für $n \in \mathbb{N}$.
Tipp: Skizzieren Sie den Bereich K, und substituieren Sie (x, y, z) mit den Kugelkoordinaten.



www.tennengau.salzburg.at/ferien.gif

Wir wünschen Ihnen erholsame Ferien
und eine erfolgreiche Mathe II Klausur!