



14. Übungsblatt zur „Mathematik II für ET, WI(ET), SpoInf, IKT, IST, BSc. ET, CE, EPE, Mechatronik“

Gruppenübung

Aufgabe G43 (Integration über Normalbereiche)

(a) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = xy^2 .$$

Bestimmen Sie das Integral $\int_{H_x} f$, wobei

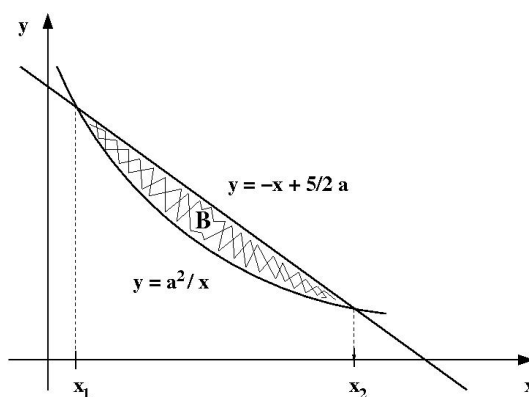
$$H_x = \{(x, y) : x \in [0, 1], x^2 \leq y \leq x\} .$$

Erhält man dasselbe Ergebnis für $\int_{H_y} f$ mit

$$H_y = \{(x, y) : y \in [0, 1], y \leq x \leq \sqrt{y}\} ?$$

Warum?

(b) Berechnen Sie die Fläche des Bereiches B , das zwischen den Kurven $xy = a^2$ und $x + y = \frac{5}{2}a$ ($a > 0$) liegt (siehe Skizze).



Aufgabe G44 (Substitutionsregel – Zylinderkoordinaten)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y, z) = \frac{z}{1 + x^2 + y^2} .$$

Berechnen Sie ihr Integral $\int_Z f$ auf dem Bereich

$$Z = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\} .$$

Hinweis: Skizzieren Sie den Bereich Z , und substituieren Sie (x, y, z) mit den Zylinderkoordinaten.

Aufgabe G45 (Substitutionsregel – Kugelkoordinaten)

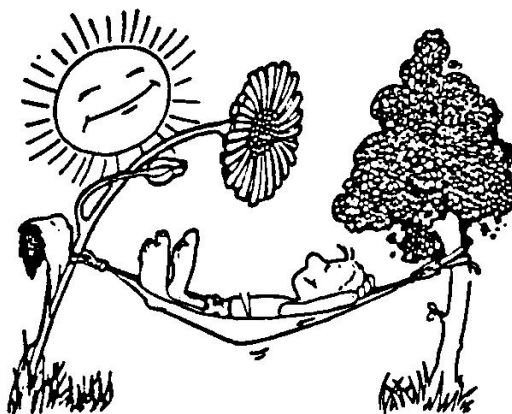
Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion definiert mit

$$f(x, y, z) = \frac{xyz}{x^2 + y^2 + z^2} .$$

Berechnen Sie ihr Integral $\int_K f$ auf dem Bereich K , wobei K das Einheitskugelachtel für $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$ ist.

Hinweis: Beachte $(\sin^n \varphi)' = n \sin^{n-1} \varphi \cos \varphi$ und $(\cos^n \varphi)' = -n \cos^{n-1} \varphi \sin \varphi$ für $n \in \mathbb{N}$.

Tipp: Skizzieren Sie den Bereich K , und substituieren Sie (x, y, z) mit den Kugelkoordinaten.



www.tennengau.salzburg.at/ferien.gif

*Wir wünschen Ihnen erholsame Ferien
und eine erfolgreiche Mathe II Klausur!*