Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Steffen Roch
Dipl.-Math. Petra Csomos
Dipl.-Math. Michael Klotz
Dipl.-Inf. Jens Mehnert

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008
06.06.2008

10. Übungsblatt zur „Mathematik II für ET, WI(ET), SpoInf, IkT, IST, BSc. ET, CE, EPE, Mechatronik“

Gruppenübung

Aufgabe G33 (Taylorentwicklung)
Gegeben sei die Funktion $f : (0,+\infty) \times (0,+\infty) \to \mathbb{R}$, mit

$$f(x,y) = x^4 \ln(xy)\,.$$

(a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom 2. Ordnung $T_2(x,y)$ um den Entwicklungspunkt $(1,1)$.

(b) Schätzen Sie den Fehler von $T_2(x,y)$ an der Stelle $(1,0.8)$ nach oben ab.

Aufgabe G34 (Extremwertbestimmung)
Sei $f : (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \to \mathbb{R}$, mit

$$f(x,y) = \frac{1}{y} - \frac{1}{x} - 9x + 4y\,.$$

(a) Überprüfen Sie alle lokalen Extrema von f. Geben Sie an, ob es sich um lokale Maxima oder Minima handelt.

(b) Besitzt die Funktion ein absolutes Maximum oder Minimum auf dem Quadranten mit $x > 0$, $y < 0$ und $x < 0$, $y > 0$?

Aufgabe G35 (Taylorentwicklung)
Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = x^2y + 4y - 1\,.$$

Entwickeln Sie f in Potenzen von $(x-1)$ und $(y+2)$.

Hausübung

Aufgabe H33 (Taylorentwicklung) (4+2 Punkte)

Bestimme die Taylorentwicklung der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \mathrm{e}^{2x}\sin(x+2y)$$

im Punkt $(0,0)$ bis einschließlich der Glieder 2. Ordnung. Berechnen Sie eine Näherung für $f(0.1, 0.1)$. (*Zur Kontrolle*: Es gilt $f(0.1, 0.1) \approx 0,3609$.)

Aufgabe H34 (Extremwertbestimmung) (2+4+4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x,y) = \mathrm{e}^{xy+x-y}$$

innerhalb des abgeschlossenen Dreiecks D mit den Eckpunkten $(0,0)$, $(4,0)$ und $(0,-4)$.

(a) Skizzieren Sie den Definitionsbereich und tragen Sie nachfolgende Ergebnisse ein.

(b) Untersuchen Sie die Funktion auf etwaige lokale Extremalstellen oder Sattelpunkte im Innern von D und bestimmen Sie deren Typ.

(c) Diskutieren Sie das Verhalten von f auf dem Rand von D und ermitteln Sie die globalen Extremalstellen von f auf ganz D.

Aufgabe H35 (Taylorentwicklung) (4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = xy^2 + 2y^2 - 6xy + 10x - 12y + 20\ .$$

Entwickeln Sie f in Potenzen von $(x+2)$ und $(y-3)$.

Abgabe der Hausübungen: Am Freitag den 13. Juni 2008 vor der Übung.