



# 10. Übungsblatt zur „Mathematik II für ET, WI(ET), SpoInf, IKT, IST, BSc. ET, CE, EPE, Mechatronik“

## Gruppenübung

### Aufgabe G33 (Taylorentwicklung)

Gegeben sei die Funktion  $f : (0, +\infty) \times (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , mit

$$f(x, y) = x^4 \ln(xy).$$

- Bestimmen Sie das Taylorpolynom 2. Ordnung  $T_2(x, y)$  um den Entwicklungspunkt  $(1, 1)$ .
- Schätzen Sie den Fehler von  $T_2(x, y)$  an der Stelle  $(1, 0.8)$  nach oben ab.

### Aufgabe G34 (Extremwertbestimmung)

Sei  $f : (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{R}$ , mit

$$f(x, y) = \frac{1}{y} - \frac{1}{x} - 9x + 4y.$$

- Überprüfen Sie alle lokalen Extrema von  $f$ . Geben Sie an, ob es sich um lokale Maxima oder Minima handelt.
- Besitzt die Funktion ein absolutes Maximum oder Minimum auf dem Quadranten mit  $x > 0$ ,  $y < 0$  und  $x < 0$ ,  $y > 0$ ?

### Aufgabe G35 (Taylorentwicklung)

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) = x^2y + 4y - 1.$$

Entwickeln Sie  $f$  in Potenzen von  $(x - 1)$  und  $(y + 2)$ .

# Hausübung

## Aufgabe H33 (Taylorentwicklung)

(4+2 Punkte)

Bestimme die Taylorentwicklung der Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = e^{2x} \sin(x + 2y)$$

im Punkt  $(0, 0)$  bis einschließlich der Glieder 2. Ordnung. Berechnen Sie eine Näherung für  $f(0.1, 0.1)$ . (Zur Kontrolle: Es gilt  $f(0.1, 0.1) \approx 0,3609$ .)

## Aufgabe H34 (Extremwertbestimmung)

(2+4+4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = e^{xy+x-y}$$

innerhalb des abgeschlossenen Dreiecks  $D$  mit den Eckpunkten  $(0, 0)$ ,  $(4, 0)$  und  $(0, -4)$ .

- Skizzieren Sie den Definitionsbereich und tragen Sie nachfolgende Ergebnisse ein.
- Untersuchen Sie die Funktion auf etwaige lokale Extremalstellen oder Sattelpunkte im Innern von  $D$  und bestimmen Sie deren Typ.
- Diskutieren Sie das Verhalten von  $f$  auf dem Rand von  $D$  und ermitteln Sie die globalen Extremalstellen von  $f$  auf ganz  $D$ .

## Aufgabe H35 (Taylorentwicklung)

(4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) = xy^2 + 2y^2 - 6xy + 10x - 12y + 20 .$$

Entwickeln Sie  $f$  in Potenzen von  $(x + 2)$  und  $(y - 3)$ .

**Abgabe der Hausübungen:** Am Freitag den 13. Juni 2008 vor der Übung.