Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Steffen Roch
Dipl.-Math. Petra Csomos
Dipl.-Math. Michael Klotz
Dipl.-Inf. Jens Mehnert

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008
23.05.2008

# 8. Übungsblatt zur „Mathematik II für ET, WI(ET), SpoInf, IkT, IST, BSc. ET, CE, EPE, Mechatronik“

## Gruppenübung

**Aufgabe G26** (Mengen im $\mathbb{R}^n$)

Sei

$$A = \{(x, y) \mid x \geq y\} \subset \mathbb{R}^2$$

und

$$B = \{(x, y) \mid 0 < x \leq 1, y = 0\} \subset \mathbb{R}^2.$$

(a) Bestimmen Sie das Innere, den Rand und die Abschließung der Mengen $A$ und $B$.

(b) Sind die Mengen $A$ und $B$ offen, abgeschlossen, beschränkt oder kompakt?

**Aufgabe G27** (Stetigkeit)

Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{falls } x \neq 0 \text{ oder } y \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = y = 0 \end{cases}.$$

An welchen Stellen ist die Funktion $f$ stetig?

**Aufgabe G28** (partielle Ableitungen)

Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^3+y^2}{x^2+y^2} & \text{falls } x \neq 0 \text{ oder } y \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = y = 0 \end{cases}.$$

An welchen Stellen ist die Funktion $f$ partiell differenzierbar? Berechnen Sie dort die partiellen Ableitungen.

## Hausübung

**Aufgabe H26** (Mengen im $\mathbb{R}^n$) (1+3+4 Punkte)

Sei

$$A = \{(x, y) \colon x \neq 0 \text{ und } |y| \leq \frac{1}{x}\} \subset \mathbb{R}^2 \quad \text{und} \quad B = \{(x, y) \colon \frac{x^2}{9} + y^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^2.$$

(a) Skizzieren Sie die Mengen $A$ und $B$.

(b) Geben Sie das Innere, den Rand und die Abschließung der Mengen $A$ und $B$ an.

(c) Sind die Mengen $A$ und $B$ offen, abgeschlossen, beschränkt oder kompakt?

**Aufgabe H27** (Stetigkeit) (4 Punkte)

Sei

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x,y) \mapsto \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} & \text{falls } x \neq y \\ 1 & \text{falls } x = y. \end{cases}$$

An welchen Stellen ist die Funktion $f$ stetig?

**Aufgabe H28** (Stetigkeit und partielle Ableitungen) (4+4 Punkte)

Sei

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x,y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2+y^2} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

(a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f$ an der Stelle $(0,0)$ stetig ist.

(b) An welchen Stellen ist die Funktion $f$ partiell differenzierbar? Berechnen Sie dort die partiellen Ableitungen.

**Abgabe der Hausübungen:** Am Freitag den 30. Mai 2008 vor der Übung.