Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Steffen Roch
Dipl.-Math. Petra Csomos
Dipl.-Math. Michael Klotz
Dipl.-Inf. Jens Mehnert

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008
23.05.2008

8. Übungsblatt zur „Mathematik II für ET, WI(ET), SpoInf, IkT, IST, BSc. ET, CE, EPE, Mechatronik“

Gruppenübung

Aufgabe G26 (Mengen im $\mathbb{R}^n$)

Sei

$$A = \{(x,y) \mid x \geq y\} \subset \mathbb{R}^2$$

und

$$B = \{(x,y) \mid 0 < x \leq 1, y = 0\} \subset \mathbb{R}^2.$$

(a) Bestimmen Sie das Innere, den Rand und die Abschließung der Mengen A und B.

(b) Sind die Mengen A und B offen, abgeschlossen, beschränkt oder kompakt?

Aufgabe G27 (Stetigkeit)

Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x,y) \mapsto \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{falls } x \neq 0 \text{ oder } y \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = y = 0 \end{cases} .$$

An welchen Stellen ist die Funktion f stetig?

Aufgabe G28 (partielle Ableitungen)

Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x,y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^3+y^2}{x^2+y^2} & \text{falls } x \neq 0 \text{ oder } y \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = y = 0 \end{cases} .$$

An welchen Stellen ist die Funktion f partiell differenzierbar? Berechnen Sie dort die partiellen Ableitungen.

Hausübung

Aufgabe H26 (Mengen im $\mathbb{R}^n$) (1+3+4 Punkte)

Sei

$$A = \{(x,y)\colon x \neq 0 \text{ und } |y| \leq \frac{1}{x}\} \subset \mathbb{R}^2 \quad \text{und} \quad B = \{(x,y)\colon \frac{x^2}{9} + y^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^2.$$

(a) Skizzieren Sie die Mengen A und B.

(b) Geben Sie das Innere, den Rand und die Abschließung der Mengen A und B an.

(c) Sind die Mengen A und B offen, abgeschlossen, beschränkt oder kompakt?

Aufgabe H27 (Stetigkeit) (4 Punkte)

Sei

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x,y) \mapsto \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} & \text{falls } x \neq y \\ 1 & \text{falls } x = y. \end{cases}$$

An welchen Stellen ist die Funktion f stetig?

Aufgabe H28 (Stetigkeit und partielle Ableitungen) (4+4 Punkte)

Sei

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x,y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2+y^2} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

(a) Zeigen Sie, dass die Funktion f an der Stelle $(0,0)$ stetig ist.

(b) An welchen Stellen ist die Funktion f partiell differenzierbar? Berechnen Sie dort die partiellen Ableitungen.

Abgabe der Hausübungen: Am Freitag den 30. Mai 2008 vor der Übung.