Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Steffen Roch
Dipl. Math. Petra Csomos
Dipl. Math. Michael Klotz
Dipl.-Inf. Jens Mehnert

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008
9.5.2008

6. Übungsblatt zur „Mathematik II für ET, WI(ET), SpoInf, IkT, IST, BSc. ET, CE, EPE, Mechatronik“

Gruppenübung

Aufgabe G18 (Nutzen der gleichmäßigen Konvergenz)
Berechnen Sie

$$\lim_{n\to\infty} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{e^{-xn}}{x\sin x + nx^2 + 4}\, dx.$$

Aufgabe G19 (Potenzreihen und ihre Koeffizienten)
Für die Hyperbelfunktionen sinh und cosh gilt

$$\sinh(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad \text{und} \quad \cosh(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}.$$

Berechnen Sie die Potenzreihen von

$$\sinh + \cosh\,, \qquad \sinh\cosh\,, \qquad \int \sinh\cosh \qquad \text{und} \qquad (\sinh\cosh)'.$$

Tipp: Es gilt

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \qquad \text{und} \qquad \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n.$$

Aufgabe G20 (Taylorreihen)
Berechnen Sie die Taylorreihe von

$$f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{1+x}$$

in den Entwicklungspunkten 0 und -2. Für welche x konvergieren die Taylorreihen und für welche x konvergieren sie gegen f?

Hausübung

Aufgabe H19 (Nutzen der gleichmäßigen Konvergenz) (6 Punkte)

Berechnen Sie

$$\lim_{n\to\infty} \int_1^\pi \frac{\sin^2\left(\frac{x}{n}\right)}{1 - e^{-xn}}\, dx.$$

Aufgabe H20 (Potenzreihen und ihre Koeffizienten) (6 Punkte)

Berechnen Sie die Potenzreihe von

$$\frac{x}{x^4 + 1}$$

um den Entwicklungspunkt 0 und bestimmen Sie deren Konvergenzradius.

Tipp: Fassen Sie x und x^4+1 als Potenzreihen auf und benutzen Sie Satz 12.16 über den Quotienten von Potenzreihen.

Aufgabe H21 (Taylorreihen) (8 Punkte)

Berechnen Sie die Taylorreihe von

$$f : (0, \infty) \to \mathbb{R} : x \mapsto \ln x$$

um den Entwicklungspunkt 2. Für welche x konvergiert die Taylorreihe und für welche x konvergiert sie gegen f?

Tipp: Betrachten Sie das Restglied, um die Konvergenz der Taylorreihe gegen f zu untersuchen.

Abgabe der Hausübungen: Am Freitag den 16. Mai 2008 vor der Übung.