



6. Übungsblatt zur „Mathematik II für ET, WI(ET), SpoInf, IKT, IST, BSc. ET, CE, EPE, Mechatronik“

Gruppenübung

Aufgabe G18 (Nutzen der gleichmäßigen Konvergenz)

Berechnen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{e^{-xn}}{x \sin x + nx^2 + 4} dx.$$

Aufgabe G19 (Potenzreihen und ihre Koeffizienten)

Für die Hyperbelfunktionen \sinh und \cosh gilt

$$\sinh(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad \text{und} \quad \cosh(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}.$$

Berechnen Sie die Potenzreihen von

$$\sinh + \cosh, \quad \sinh \cosh, \quad \int \sinh \cosh \quad \text{und} \quad (\sinh \cosh)'$$

Tipp: Es gilt

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{und} \quad \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n.$$

Aufgabe G20 (Taylorreihen)

Berechnen Sie die Taylorreihe von

$$f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \frac{1}{1+x}$$

in den Entwicklungspunkten 0 und -2 . Für welche x konvergieren die Taylorreihen und für welche x konvergieren sie gegen f ?

Hausübung

Aufgabe H19 (Nutzen der gleichmäßigen Konvergenz)

(6 Punkte)

Berechnen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^\pi \frac{\sin^2\left(\frac{x}{n}\right)}{1 - e^{-xn}} dx.$$

Aufgabe H20 (Potenzreihen und ihre Koeffizienten)

(6 Punkte)

Berechnen Sie die Potenzreihe von

$$\frac{x}{x^4 + 1}$$

um den Entwicklungspunkt 0 und bestimmen Sie deren Konvergenzradius.

Tipp: Fassen Sie x und $x^4 + 1$ als Potenzreihen auf und benutzen Sie Satz 12.16 über den Quotienten von Potenzreihen.

Aufgabe H21 (Taylorreihen)

(8 Punkte)

Berechnen Sie die Taylorreihe von

$$f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \ln x$$

um den Entwicklungspunkt 2. Für welche x konvergiert die Taylorreihe und für welche x konvergiert sie gegen f ?

Tipp: Betrachten Sie das Restglied, um die Konvergenz der Taylorreihe gegen f zu untersuchen.

Abgabe der Hausübungen: Am Freitag den 16. Mai 2008 vor der Übung.