Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Steffen Roch
Dipl. Math. Petra Csomos
Dipl. Math. Michael Klotz
Dipl.-Inf. Jens Mehnert

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008
25.4.2008

4. Übungsblatt zur „Mathematik II für ET, WI(ET), SpoInf, IkT, IST, BSc. ET, CE, EPE, Mechatronik“

Gruppenübung

Aufgabe G12 (Definitheit)

Untersuchen Sie, ob die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{pmatrix}, \, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

positiv (semi-)definit, negativ (semi-)definit oder indefinit sind.

Aufgabe G13 (Kurven 2. Ordnung)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = 3.$$

Von welchem Kurventyp ist die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

$$\langle Ax, x\rangle + \langle b, x\rangle + c = 0?$$

Aufgabe G14 (Flächen 2. Ordnung)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \frac{3}{2}.$$

Von welchem Flächentyp ist die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

$$\langle Ax, x\rangle + \langle b, x\rangle + c = 0?$$

Hausübung

Aufgabe H11 (Definitheit) (5 Punkte)

Welche der folgenden Matrizen sind positiv definit, negativ definit, indefinit oder nichts davon? Begründe jeweils und gib im indefiniten Fall Vektoren an, die Deine Behauptung belegen.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_5 = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_6 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_7 = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A_8 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe H12 (Kurven 2. Ordnung) (5 Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \frac{1}{3}.$$

Von welchem Kurventyp ist die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

$$x^T Ax + b^T x + c = 0?$$

Aufgabe H13 (Flächen 2. Ordnung) (5 Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 2 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2+6\sqrt{2} \\ 2+6\sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = 20.$$

Von welchem Flächentyp ist die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

$$\langle Ax, x\rangle + \langle b, x\rangle + c = 0?$$

Aufgabe H14 (Matrixumformungen) (5 Punkte)

Sei A eine $n \times n$-Matrix, $b \in \mathbb{R}^n$, $\alpha \neq 0$ und $i \neq j$. Kreuzen Sie in der Tabelle an, welche Umformungen welche Größen unverändert lassen.

	$rang A$	$\det A$	Lösungsmenge von $Ax = b$	Eigenwerte von A
Vertauschen zweier Zeilen				
Vertauschen zweier Spalten				
Ersetzen einer Zeile durch ihr α-faches				
Ersetzen einer Spalte durch ihr α-faches				
Subtraktion des α-fachen der i-ten Spalte zur j-ten Spalte				
Addition des α-fachen der i-ten Zeile zur j-ten Zeile				
Transponieren				
Koordinatentransformation				

Abgabe der Hausübungen: Am Freitag den 2. Mai 2008 vor der Übung.