



4. Übungsblatt zur „Mathematik II für ET, WI(ET), SpoInf, IKT, IST, BSc. ET, CE, EPE, Mechatronik“

Gruppenübung

Aufgabe G12 (Definitheit)

Untersuchen Sie, ob die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

positiv (semi-)definit, negativ (semi-)definit oder indefinit sind.

Aufgabe G13 (Kurven 2. Ordnung)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = 3.$$

Von welchem Kurventyp ist die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

$$\langle Ax, x \rangle + \langle b, x \rangle + c = 0?$$

Aufgabe G14 (Flächen 2. Ordnung)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \frac{3}{2}.$$

Von welchem Flächentyp ist die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

$$\langle Ax, x \rangle + \langle b, x \rangle + c = 0?$$

Hausübung

Aufgabe H11 (Definitheit)

(5 Punkte)

Welche der folgenden Matrizen sind positiv definit, negativ definit, indefinit oder nichts davon? Begründe jeweils und gib im indefiniten Fall Vektoren an, die Deine Behauptung belegen.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_5 = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_6 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_7 = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_8 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe H12 (Kurven 2. Ordnung)

(5 Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \frac{1}{3}.$$

Von welchem Kurventyp ist die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

$$x^T Ax + b^T x + c = 0?$$

Aufgabe H13 (Flächen 2. Ordnung)

(5 Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 2 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 + 6\sqrt{2} \\ 2 + 6\sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = 20.$$

Von welchem Flächentyp ist die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

$$\langle Ax, x \rangle + \langle b, x \rangle + c = 0?$$

Aufgabe H14 (Matrixumformungen)

(5 Punkte)

Sei A eine $n \times n$ -Matrix, $b \in \mathbb{R}^n$, $\alpha \neq 0$ und $i \neq j$. Kreuzen Sie in der Tabelle an, welche Umformungen welche Größen unverändert lassen.

	rang A	det A	Lösungsmenge von $Ax = b$	Eigenwerte von A
Vertauschen zweier Zeilen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vertauschen zweier Spalten	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ersetzen einer Zeile durch ihr α -faches	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ersetzen einer Spalte durch ihr α -faches	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Subtraktion des α -fachen der i -ten Spalte zur j -ten Spalte	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Addition des α -fachen der i -ten Zeile zur j -ten Zeile	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Transponieren	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Koordinatentransformation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Abgabe der Hausübungen: Am Freitag den 2. Mai 2008 vor der Übung.