Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Steffen Roch
Dipl. Math. Petra Csomos
Dipl. Math. Michael Klotz
Dipl.-Inf. Jens Mehnert

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008
18.4.2008

3. Übungsblatt zur „Mathematik II für ET, WI(ET), SpoInf, IkT, IST, BSc. ET, CE, EPE, Mechatronik“

Gruppenübung

Aufgabe G9 (Diagonalähnliche Matrizen)
Sei

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ -4 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Prüfen Sie, ob die Matrizen A und B diagonalähnlich sind, und geben Sie gegebenenfalls eine der ähnlichen Diagonalmatrizen an.

Aufgabe G10 (Schmidtsches Orthogonalisierungsverfahren)
Erzeugen sie aus den Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe des Schmidtschen Orthogonalisierungsverfahren eine Orthonormalbasis.

Aufgabe G11 (Koordinatentransformation)
Sei φ eine lineare Abbildung und

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

die darstellende Matrix von φ bezüglich der Basis $e_1 = (1,0,0)^T$, $e_2 = (0,1,0)^T$, $e_3 = (0,0,1)^T$. Geben Sie die darstellende Matrix von φ bezüglich der in Aufgabe G10 ausgerechneten Orthonormalbasis an.
(Tipp: Für jede orthogonale Matrix M gilt $M^{-1} = M^T$.)

Hausübung

Aufgabe H8 (Diagonalähnliche Matrizen) (2+3+3 Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & -4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -5 \\ 5 & -3 & -5 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \text{ und } C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -4 & -4 \\ -3 & 2 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Prüfen Sie, ob die Matrizen A, B und C diagonalähnlich sind und geben Sie gegebenenfalls eine der ähnlichen Diagonalmatrizen an.

Aufgabe H9 (Schmidtsches Orthogonalisierungsverfahren) (6 Punkte)

Geben Sie eine Orthonormalbasis (!) des $\mathbb{R}^4$ an, die einen zu dem Vektor $v_1 = (3,3,3,3)^T$ linear abhängigen Vektor enthält.

Aufgabe H10 (Koordinatentransformation) (6 Punkte)

Sei φ eine lineare Abbildung und

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

die darstellende Matrix von φ bezüglich der Basis $e_1 = (1,0,0,0)^T$, $e_2 = (0,1,0,0)^T$, $e_3 = (0,0,1,0)^T$, $e_4 = (0,0,0,1)^T$. Geben Sie die darstellende Matrix von φ bezüglich der in Aufgabe H9 ausgerechneten Orthonormalbasis an.

(Tipp: Für jede orthogonale Matrix M gilt $M^{-1} = M^T$.)

Abgabe der Hausübungen: Am Freitag den 25. April 2008 vor der Übung.