Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. M. Hieber
Robert Haller-Dintelmann
Horst Heck

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008 25.6.2008

Analysis II für M, LaG/M, Ph

13. Tutorium

(T 1)

Der Membranmantel eines Kühlturms lässt sich als Rotationskörper darstellen. Dabei wird das Hyperbelstück

$$x^2 - z^2 = 1, \qquad -1 \leq z \leq 1,$$

um die z-Achse gedreht. Wie groß ist das Volumen der entstehenden Menge

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1 + z^2,\ -1 \leq z \leq 1\}?$$

(T 2)

(a) Es seien $A \subseteq \mathbb{R}^n$ beschränkt, $j \in \{1, \dots, n\}$ und $c \in \mathbb{R}$ so, dass $A \subseteq H_j := \{x \in \mathbb{R}^n : x_j = c\}$ gilt, d.h. A ist in einer Hyperebene enthalten. Zeigen Sie, dass A messbar ist und $\mu(A) = 0$ gilt.

(b) Geben Sie eine Menge $D \subseteq [0, 1] \times [0, 1]$ an, die nicht messbar ist.

(T 3)

Es sei $A \subseteq \mathbb{R}^n$ eine messbare Menge und $f : A \to \mathbb{R}$ eine Riemann-integrierbare Funktion. Zeigen Sie, dass dann auch f^+, f^- und $|f|$ auf A Riemann-integrierbar sind und dass die Dreiecksungleichung

$$\left| \int_A f(x)\, \mathrm{d}x \right| \leq \int_A |f(x)|\, \mathrm{d}x$$

gilt.