



Analysis II für M, LaG/M, Ph

11. Tutorium

(T 1)

Beweisen Sie Lemma 1.7 der Vorlesung:

- (a) $BV[a, b] \subset B[a, b]$ und es gilt $|f(b) - f(a)| \leq V_a^b(f)$;
- (b) $BV[a, b]$ ist ein Vektorraum;
- (c) Für $a < c < b$ gilt

$$V_a^b(f) = V_a^c(f) + V_c^b(f);$$

- (d) Ist f monoton, so gilt $V_a^b(f) = |f(b) - f(a)|$;
- (e) Ist $f \in C^1([a, b])$, so gilt $V_a^b(f) = \int_a^b |f'(t)| dt$.

(T 2)

Gegeben sei das Vektorfeld $F : \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ durch

$$F(x, y) = \left(\frac{-y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right).$$

- (a) Zeigen Sie, dass F die Integralbedingung erfüllt;
- (b) Berechnen Sie das Kurvenintegral von F längs des im positiven Sinne durchlaufenen Einheitskreises. Was fällt Ihnen auf?
- (c) Berechnen Sie für $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ mit $x > 0$ eine Stammfunktion von F indem Sie das Kurvenintegral längs des Polygonzuges von $(1, 0)$ nach (x, y) über den Punkt $(x, 0)$ berechnen.