



Analysis II für M, LaG/M, Ph

10. Tutorium

(T 1)

Das Star Trek Außenteam ist wieder einmal in Not geraten. Sie müssen auf einem Planeten notlanden, um die schwer beschädigte Außenhülle des Shuttle zu reparieren. Allerdings gibt es auf dem Planeten eine Gravitationsanomalie, so dass das Shuttle nicht von jedem Punkt aus mit dem verbleibenden Treibstoff wieder starten kann. Dies gelingt nur, wenn Data einen Punkt auf der Oberfläche mit Gravitation kleiner als 1,3 findet. Die Gravitation auf dem Planeten kann durch die Funktion $f(x, y, z) = x + y - z + \sqrt{6}$ beschrieben werden.

Aufgrund der äußerst unwirtlichen Oberfläche des Planeten, kann nur auf einem kleinen Bereich gelandet werden, ohne das Shuttle komplett zu zerstören. Dieser Bereich wird durch die Menge $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 = 1 \text{ und } 4x = 2z\}$ beschrieben.

Können Sie Data helfen, indem Sie entscheiden, ob das Shuttle vom Planeten wieder ins All gelangen kann? Oder wird das Außenteam auf Ewig auf diesem unwirtlichen Planeten gefangen sein?

(T 2)

- (a) Zeigen Sie, dass der Weg $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch $\gamma(0) := 0$ und $\gamma(t) := t \cos^2(\pi/t)$ nicht rektifizierbar ist.
- (b) Zeigen Sie, dass ein Lipschitz-stetiger Weg $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ rektifizierbar ist.

(T 3)

Gegeben seien die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f(x, y) = xy + e^{xy}$ sowie die Menge

$$K := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1 \right\}.$$

Bestimmen Sie alle globalen Extremwerte von f in K .