Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. M. Hieber
Robert Haller-Dintelmann
Horst Heck

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008 28.5.2008

Analysis II für M, LaG/M, Ph

9. Tutorium

(T 1)

Beweisen Sie die folgende Aussage:

Eine Menge $M \subseteq \mathbb{R}^n$ ist genau dann eine n-dimensionale differenzierbare Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^n$, wenn M in $\mathbb{R}^n$ offen ist.

(T 2)

Es sei $f \in C^1(\mathbb{R})$ und es gebe ein $M \in (0,1)$ mit $|f'(t)| \leq M$ für alle $t \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie

(a) Zu jedem $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ gibt es genau eine Lösung $(w, z) = g(x, y) \in \mathbb{R}^2$ des Gleichungssystems

$$x + f(y) + z + \int_0^w \mathrm{e}^{-t^2-1}\,\mathrm{d}t = 0$$
$$y + f(x) + w + \int_0^z \mathrm{e}^{-t^2-1}\,\mathrm{d}t = 0.$$

(b) Die Funktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ ist bijektiv.

(c) Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion g^{-1} in Abhängigkeit von f'.