



Analysis II für M, LaG/M, Ph 7. Tutorium

(T 1)

Bestimmen Sie drei Zahlen $a, b, c > 0$, deren Summe 60 ist, so dass das Produkt abc maximal ist.

(T 2)

Es sei $x_0 \in \mathbb{R}^n$, U eine Umgebung von x_0 und $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar. Zeigen Sie: Gilt

$$\nabla f(x) \cdot (x - x_0) > 0 \quad (< 0) \quad \text{für alle } x \in U \setminus \{x_0\},$$

so hat f an der Stelle x_0 ein lokales Minimum (Maximum).

(T 3)

Das Enterprise-Außenteam ist in seinem Shuttle in eine Subraum-Gravitationsanomalie geraten. Diese füllt die Menge

$$S := \{(x \ y \ z)^T \in \mathbb{R}^3 : z \leq f(x, y)\},$$

wobei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f(x, y) := x^2 + y^2 + 2$ gegeben ist. Das Shuttle befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ am Punkt $(0, 0, 0)$ und Data hat herausgefunden, dass sie sich mit einem Triebwerkstoß, der allerdings alle Antriebsvorräte verbraucht (irgendwo muss ja die Spannung herkommen) befreien können. Sie werden dann durch die Anomalie auf einen Weg entlang der Kurve $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit

$$g(t) := \frac{1}{10} \begin{pmatrix} t \cdot \sin(t\pi) \\ t \cdot \cos(t\pi) \\ 3t \end{pmatrix}$$

gezwungen. Bestimmen Sie die Zeit t_0 , die das Shuttle braucht, um in den freien Raum außerhalb von S vorzudringen.

Danach kann es ja nicht mehr manövrieren, sondern fliegt einfach mit seiner momentanen Geschwindigkeit in der momentanen Richtung weiter. Wie lange hat die Enterprise Zeit das Shuttle hochzubeamen bevor es wieder in der Anomalie verschwindet?