



9. Übungsblatt zur Mathematik II für MB, WI/MB, MPE, AngMech

Gruppenübung

Aufgabe G1

Wir betrachten ein Dreieck mit Seitenlängen x, y, z und Umfang U . Bestimmen Sie die Seitenlängen, so dass bei festem Umfang U der Flächeninhalt maximal wird.

Hinweis: Der Flächeninhalt ist gegeben durch

$$F(x, y, z) = \sqrt{\frac{U}{2} \left(\frac{U}{2} - x\right) \left(\frac{U}{2} - y\right) \left(\frac{U}{2} - z\right)}$$

Warum kann statt F auch $f = F^2$ betrachtet werden?

Aufgabe G2

Sei $D = [0, \pi/2] \times [-1, 1]$ und $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $g(x, t) := \sin(x + t)$.

(a) Berechnen Sie

$$F(t) := \int_0^{\pi/2} g(x, t) \, dx.$$

- (b) Begründen Sie mit der Vorlesung (Kapitel 6), wieso F differenzierbar ist.
- (c) Berechnen Sie F' direkt.
- (d) Berechnen Sie F' mit der Formel aus dem Skript und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Ergebnis aus (c).

Aufgabe G3

Es sei W der Weg von 0 nach $(1, 0)^T$, der sich aus dem durch $X_1(t) = (t^2, t)^T$ mit $t \in [0, 1]$ parametrisierten Weg W_1 und dem Geradenstück W_2 von $(1, 1)^T$ nach $(1, 0)^T$ zusammensetzt. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_W F \cdot dX$$

für das Vektorfeld

$$F(x, y) = (2xy - x^2, x + y^2)^T.$$

Hausübung

Aufgabe H1

Nach den Postbestimmungen der USA wird ein rechteckiges Päckchen nur zugestellt, wenn die Seitenlängen $x \leq y \leq z$ die Bedingung $2(x + y) + z \leq 100$ inch erfüllen. Bestimmen Sie das Maximale Volumen eines solchen Päckchens.

Aufgabe H2

Sei $D = [-1, 1] \times [-1, 1]$ und $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $g(x, t) := \exp(2xt^2)$.

(a) Berechnen Sie

$$F(t) := \int_{-\frac{1}{2+t}}^{\frac{1}{1+t^2}} g(x, t) \, dx.$$

(b) Berechnen Sie $F'(t)$ für $t \in [-1, 1] \setminus \{0\}$ direkt.

(c) Ist F in 0 differenzierbar? Falls ja, berechnen Sie $F'(0)$ auf geeignete Weise.

Aufgabe H3

Es sei W der Weg von 0 nach $(2, 0, 1)^T$, der sich aus dem durch $X_1(t) = (2t^2 - t, t^2, t)^T$ mit $t \in [0, 1]$ parametrisierten Weg W_1 und dem Geradenstück W_2 von $(1, 1, 1)^T$ nach $(2, 0, 1)^T$ zusammensetzt. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_W F \cdot dX$$

für das Vektorfeld

$$F(x, y, z) = (2x + yz, y^2 - z^4, xz^2)^T.$$

Ist das Integral wegunabhängig?