



9. Übungsblatt zur Mathematik II für MB, WI/MB, MPE, AngMech

Gruppenübung

Aufgabe G1

Wir betrachten ein Dreieck mit Seitenlängen x, y, z und Umfang U . Bestimmen Sie die Seitenlängen, so dass bei festem Umfang U der Flächeninhalt maximal wird.

Hinweis: Der Flächeninhalt ist gegeben durch

$$F(x, y, z) = \sqrt{\frac{U}{2} \left(\frac{U}{2} - x\right) \left(\frac{U}{2} - y\right) \left(\frac{U}{2} - z\right)}$$

Warum kann statt F auch $f = F^2$ betrachtet werden?

Aufgabe G2

Sei $D = [0, \pi/2] \times [-1, 1]$ und $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $g(x, t) := \sin(x + t)$.

(a) Berechnen Sie

$$F(t) := \int_0^{\pi/2} g(x, t) \, dx.$$

- (b) Begründen Sie mit der Vorlesung (Kapitel 6), wieso F differenzierbar ist.
(c) Berechnen Sie F' direkt.
(d) Berechnen Sie F' mit der Formel aus dem Skript und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Ergebnis aus (c).

Aufgabe G3

Es sei W der Weg von 0 nach $(1, 0)^T$, der sich aus dem durch $X_1(t) = (t^2, t)^T$ mit $t \in [0, 1]$ parametrisierten Weg W_1 und dem Geradenstück W_2 von $(1, 1)^T$ nach $(1, 0)^T$ zusammensetzt. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_W F \cdot dX$$

für das Vektorfeld

$$F(x, y) = (2xy - x^2, x + y^2)^T.$$

Hausübung

Aufgabe H1

Nach den Postbestimmungen der USA wird ein rechteckiges Päckchen nur zugestellt, wenn die Seitenlängen $x \leq y \leq z$ die Bedingung $2(x + y) + z \leq 100$ inch erfüllen. Bestimmen Sie das Maximale Volumen eines solchen Päckchens.

Aufgabe H2

Sei $D = [-1, 1] \times [-1, 1]$ und $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $g(x, t) := \exp(2xt^2)$.

(a) Berechnen Sie

$$F(t) := \int_{-\frac{1}{2+t}}^{\frac{1}{1+t^2}} g(x, t) \, dx.$$

(b) Berechnen Sie $F'(t)$ für $t \in [-1, 1] \setminus \{0\}$ direkt.

(c) Ist F in 0 differenzierbar? Falls ja, berechnen Sie $F'(0)$ auf geeignete Weise.

Aufgabe H3

Es sei W der Weg von 0 nach $(2, 0, 1)^T$, der sich aus dem durch $X_1(t) = (2t^2 - t, t^2, t)^T$ mit $t \in [0, 1]$ parametrisierten Weg W_1 und dem Geradenstück W_2 von $(1, 1, 1)^T$ nach $(2, 0, 1)^T$ zusammensetzt. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_W F \cdot dX$$

für das Vektorfeld

$$F(x, y, z) = (2x + yz, y^2 - z^4, xz^2)^T.$$

Ist das Integral wegunabhängig?