Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. W. Stannat
Dr. M. Geißert
C. Brandenburg
R. Hartmann

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008
26.05.2008

8. Übungsblatt zur Mathematik II für MB, WI/MB, MPE, AngMech

Gruppenübung

Aufgabe G1

Bestimmen Sie alle Extrema von $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = 4xy$ auf der Menge

$$M := \{[x,y]^T \in \mathbb{R}^2 : 3x^2 + y^2 - 4 \leq 0\}.$$

Aufgabe G2

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z) = \begin{pmatrix} z^2 + xy - 2 \\ z^2 + x^2 - y^2 - 1 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass $f(x,y,z) = 0$ in $[1,1,1]^T$ lokal nach $[x,y]^T$ auflösbar ist. Berechnen Sie die Ableitung der durch $f(x,y,z) = 0$ implizit definierten Funktion γ mit $[x,y]^T = \gamma(z)$.

Aufgabe G3

Finde den kleinsten und den größten Wert der Funktion f auf der Menge A.

$$f(x,y) = \sin x \sin y \sin(x+y), \quad A = [0,\pi] \times [0,\pi].$$

Hinweis: $\cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha \cos\beta = \sin(\alpha+\beta)$

Hausübung

Aufgabe H1

Gegeben seien die Funktionen

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \exp(2x-y), \\ g &: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad g(x,y) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 - 4. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie alle Extrema von f auf der Menge

$$M := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : g(x,y) \leq 0\}.$$

Aufgabe H2

Gegeben sei die Funktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $g(x,y) = \sin y + x^2 \mathrm{e}^{-y} - \mathrm{e}^{-\pi}$. Kann man für $[x_0, y_0]^T = [1, \pi]^T$ die Gleichung $g(x,y) = 0$ lokal nach y auflösen? Berechnen Sie in diesem Fall die Ableitung der durch durch $g(x,y) = 0$ implizit definierte Funktion f mit $y = f(x)$ und geben Sie $f'(1)$ an.

Aufgabe H3

Finde den kleinsten und den größten Wert der Funktion f auf der Menge A.

$$f(x,y) = x + y - 2\sin x \sin y, \quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \geq 0, x + y \leq \pi\}.$$