



## 6. Übungsblatt zur Mathematik II für MB, WI/MB, MPE, AngMech

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1

- (a) Berechnen Sie das 2. Taylorpolynom im Entwicklungspunkt  $[0, 0]^T$  der Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch  $f(x, y) = \sin(2xy)$ . Vergleichen Sie die Darstellung mit Hilfe des Gradienten und der Hesse-Matrix mit der Formel in einer Dimension.
- (b) Die Potenzreihenentwicklung der Sinusfunktion ist bekanntlich gegeben durch  $\sin(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} t^{2k+1}$ . Vergleichen Sie durch Substitution von  $t = 2xy$  diese mit der quadratischen Näherung gegeben durch das Taylorpolynom.

#### Aufgabe G2

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) = xy + 2x \sin\left(y + \frac{\pi}{2}\right) + \exp(-y) \cos(x).$$

- (a) Berechnen Sie die Richtungsableitung von  $f$  im Punkt 0 in der durch den Vektor  $[-3, 1]^T$  gegebenen Richtung.
- (b) In welcher Richtung  $\vec{v}$  wird  $|(\partial_{\vec{v}} f)(0)|$  maximal?
- (c) Gibt es Richtungen  $\vec{v}$ , für die  $|(\partial_{\vec{v}} f)(0)| = 0$  gilt?

#### Aufgabe G3

Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$f(x, y) = xy - \cos(x) - \sin(y).$$

Bestimmen Sie das 2. Taylorpolynom von  $f$  im Entwicklungspunkt  $[x_0, y_0]^T = \left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]^T$ .

# Hausübung

## Aufgabe H1

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) = x^2 \sin\left(\frac{xy}{2}\right).$$

- (a) Bestimmen Sie das 2. Taylorpolynom von  $f$  im Entwicklungspunkt  $[1, \pi]^T$ .
- (b) Berechnen Sie  $f\left(\frac{11}{10}, \pi\right)$  mit der in (a) ermittelten Näherung und vergleichen Sie das Resultat mit dem exakten Ergebnis.

## Aufgabe H2

Es sei durch  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  und

$$T(x, y, z) = xyz \sin(xy) \exp(-z)$$

ein Temperaturfeld gegeben.

- (a) Bestimmen Sie die Änderung der Temperatur (pro Längeneinheit) in der Umgebung des Punktes  $P = [1, 1, 1]^T$  sowohl in Richtung der Koordinatenachsen als auch in Richtung des Vektors  $[1, 1, 1]^T$ .
- (b) In welcher Richtung von  $P$  aus ändert sich das Temperaturfeld (pro Längeneinheit) am meisten?
- (c) Gibt es von  $P$  aus Richtungen, in denen die Temperatur unverändert bleibt?

**Abgabe:** 19. - 21. Mai 2008 in der jeweiligen Übung.