



3. Übungsblatt zur Mathematik II für MB, WI/MB, MPE, AngMech

Gruppenübung

Aufgabe G1

Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1+x)^{1/4}$. Bestimmen Sie das Taylorpolynom 3. Grades um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und berechnen Sie damit eine Näherung von $\sqrt[4]{19,2} = 2(1+1/5)^{1/4}$.

Benutzen Sie eine Restgliedabschätzung um die Genauigkeit der Näherung abzuschätzen.

Aufgabe G2

Wir betrachten die folgenden Folgen in \mathbb{R}^2 :

$$a_n = \left(n^2, \frac{1}{n}\right)^T, \quad b_n = \left(\frac{1}{n^2}, \frac{2+n}{1+n}\right)^T, \quad c_n = \left(\frac{1}{n^3}, \frac{1}{n}\right)^T, \quad d_n = \left(\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right), \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)\right)^T.$$

- Skizzieren Sie diese Folgen und entscheiden Sie welche beschränkt sind.
- Welche dieser Folgen sind konvergent und welche nicht? Was ist gegebenenfalls der Grenzwert?
- Geben Sie vier weitere Nullfolgen in \mathbb{R}^2 an.

Aufgabe G3

Berechnen Sie die Kurvenlänge der folgenden Kurven

- $X : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $X(t) = (r \cos t, r \sin t, ct)$, wobei $r, c > 0$.
- $Y : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $Y(t) = (\cosh t, \sinh t, t)$.

Bestimmen Sie die Schmiegeebene von Y in $Y(\frac{1}{2})$.

Hausübung

Aufgabe H1

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(x) \cdot e^x$. Berechnen Sie das Taylorpolynom 4. Grades von f um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und bestimmen Sie damit eine Näherung von $\int_0^1 f(x)dx$.

Aufgabe H2

Betrachten Sie die Kurve

$$X : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2, X(t) = (2t^2, 4t^3).$$

- (a) Skizzieren Sie die Bahn der Kurve.
- (b) Ist die Kurve regulär? Bestimmen Sie alle Intervalle, auf denen die Kurve regulär ist.
- (c) Berechnen Sie die Länge der Kurve $X : [\frac{1}{2}, \frac{3}{4}] \rightarrow \mathbb{R}$.

Aufgabe H3

Untersuchen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

$$a_n = (\sqrt{n}, \cos(\frac{n^2 \cos(n!)}{\sqrt{n}}))^T, \quad b_n = ((1 - \frac{1}{n})^n, \frac{3n^2 - n}{5n^2 + n})^T$$

Abgabe: 28. - 30. April 2008 in der jeweiligen Übung