Fachbereich Mathematik
M. Geißert
R. Haller-Dintelmann
H. Heck

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008 20.6.2008

PDG I

11. Übung

Gruppenübungen

(G 1)

Es sei $\Omega \subseteq \mathbb{R}^d$ offen mit C^1-Rand. Zeigen Sie, dass für jede Funktion $f \in C^2(\overline{\Omega}) \cap D(\Delta_\Omega^N)$ tatsächlich die Neumann-Randbedingung $\frac{\partial f}{\partial \nu}|_{\partial\Omega} = 0$ gilt.

Verwenden Sie dazu ohne Beweis, dass die Menge $\{u|_{\partial\Omega} : u \in C^1(\overline{\Omega})\}$ dicht in $L^2(\partial\Omega)$ ist.

(G 2)

Es seien T_p eine C_0-Halbgruppe auf $L^p(\Omega)$ mit Erzeuger A_p und T_q eine zu T_p konsistente C_0-Halbgruppe auf $L^q(\Omega)$ mit Erzeuger A_q für $p \neq q$. Zeigen Sie, dass die Menge

$$U := \{\lambda \in \varrho(A_p) \cap \varrho(A_q) : R(\lambda, A_p) \text{ und } R(\lambda, A_q) \text{ sind konsistent}\}$$

offen und abgeschlossen in $\varrho(A_q) \cap \varrho(A_p)$ ist.