



## 7. Übung zur „Mathematik II für Chemiker“

Da dies die letzte Übung ist, gibt es keine Hausaufgaben.

Jennifer Prasiswa bietet am 3.7. um 14.20 - 15.25 Uhr (bei Bedarf länger) im Lernzentrum Mathematik und am 7.7. von 9 -12 Uhr in S215/301 zusätzliche Sprechstunden an.

### Gruppenübung

#### Aufgabe G21 (Richtungsableitung)

Sei  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben mit  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_3 e^{x_1 x_2}$ . Berechnen sie für  $x = (1, 1, 1)^T$  und  $v = \frac{1}{\sqrt{11}}(1, -1, 3)^T$  die Richtungsableitung  $f'(x, v)$ .

#### Aufgabe G22 (Taylor'sche Formel)

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) = x^2 y + 3y - 2.$$

Entwickeln Sie  $f$  in Potenzen von  $(x - 1)$  und  $(y + 2)$ .

#### Aufgabe G23 (Extremstellen)

(a) Gegeben sei die Funktion  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $h(x, y) = 4 - x^2 - y^2$ .

Bestimmen Sie das Extremum von  $h$ . Ist es ein Maximum oder ein Minimum?

(b) Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x, y) = (x - 2)e^{-x+y}$ .

Zeigen Sie, daß  $f$  keine Extrema besitzt.

Für welche Werte  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  ist die Hesse'sche Matrix  $H_f(x, y)$  positiv definit?

#### Aufgabe G24 (Extrema unter Nebenbedingung)

Gegeben seien die Funktionen

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \exp(x + 2y),$$

$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x, y) = x^2 + y^2 - 4.$$

Bestimmen Sie die Extrema von  $f$  unter der Nebenbedingung  $g(x, y) = 0$ .

#### Aufgabe G25 (Vektorfeld und Potential)

Wir betrachten das Vektorfeld  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit

$$(i) f(x) = \begin{pmatrix} 3x_1 x_2^2 \\ 3x_1^2 x_2 \end{pmatrix} \quad (ii) f(x) = \begin{pmatrix} e^{x_2} \sin x_1 \\ e^{x_2} \cos x_1 \end{pmatrix}.$$

Besitzt  $f$  jeweils ein Potential? Gib gegebenenfalls eine Potentialfunktion  $\varphi$  an.