

Analysis I

Tutorium zur OWO Vorlesung

Definition Für Zahlen a_1, \dots, a_n sei

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n,$$
$$\prod_{i=1}^n a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n.$$

Aufgaben

G1: (Lagrange Polynom)

Seien x_1, \dots, x_n gegebene Zahlen mit $x_i \neq x_j$ für alle $i, j = 1, \dots, n$ mit $i \neq j$. Wie in der Vorlesung sei

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

Zeigen Sie:

a) Für alle Zahlen x gilt

$$\sum_{i=1}^n L_i(x) = 1.$$

b) Für alle Zahlen $k = 1, \dots, n$ gilt:

$$\sum_{i=1}^n x_i^k L_i(0) = 0.$$

G2: (Vollständige Induktion)

Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass

- n Geraden auf der Ebene sich höchstens in $\frac{n}{2}(n-1)$ Punkten schneiden,
- für jede natürliche Zahl n die Summe $1 + 3 + 5 + \dots + (2n+1)$ eine Quadratzahl ist.