Fachbereich Mathematik
Prof. K. Grosse-Brauckmann
D. Frisch

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008
10./11.04.2008

# 1. Übungsblatt zur „Linearen Algebra II für Physiker“

## Gruppenübung

**Aufgabe G1** (Test)

Sei $A$ eine $m \times n$ Matrix und $Ax = 0$ das zugehörige lineare Gleichungssystem. Welche der folgenden Aussagen sind äquivalent?

i) Ker $(A) = \{0\}$

ii) $A$ ist invertierbar

iii) $T_A$ ist injektiv

iv) $T_A$ ist bijektiv

v) $A$ kann durch EZUen zur Einheitsmatrix umgeformt werden.

vi) $x = 0$ ist eindeutige Lösung

vii) $\mathrm{Rang}(A) = n$

viii) $x = 0$ ist Lösung

ix) $\mathrm{Rang}(A) = n = m$

x) $A$ kann durch EZUen so in Zeilenstufenform umgeformt werden, dass alle Zeilen ungleich 0 sind.

**Aufgabe G2** (Inverse)

Bestimmen Sie die Inverse der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe G3** (Lineares Gleichungssystem)

Bestimmen Sie für das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 &= 0 \end{aligned}$$

die Dimension des Lösungsraumes und geben Sie den Lösungsraum an.

# Hausübung

**Aufgabe H3** (Normalform (4 Punkte))

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 \\ -2 & 0 & 3 \\ 8 & 10 & 3 \end{pmatrix}.$$

a) Bringen Sie $A$ in Zeilenstufenform.

b) Bringen Sie $A$ durch EZUen und ESUen in Normalform (siehe Hauptsatz 4.6, Punkt 3).

**Aufgabe H4** (paramterabhängiges Gleichungssystem (4 Punkte))

Für welche Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$ besitzt das Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcccccl} x_1 & - & 2x_2 & - & 2x_3 & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & + & \lambda x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & + & (\lambda - 1)x_2 & - & 2x_3 & = & 0 \end{array}$$

a) keine,

b) genau eine,

c) mehrere Lösungen?

Bestimmen Sie gegebenenfalls alle Lösungen!

**Aufgabe H5** (Rang (4 Punkte))

Gegeben seien die Vektoren

$$v_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \; v_2 := \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ 10 \end{pmatrix}, \; v_3 := \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}, \; v_4 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

im $\mathbb{R}^3$.

Bestimmen Sie die Dimension und eine Basis von $\text{lin}\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$.