Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Martin
Dipl.-Math. Andrea Peter
Dipl.-Math. Christine Schönberger

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2008
02./03.07.08

7. Übungsblatt zur „Algorithmischen Diskreten Mathematik“

Gruppenübung

Aufgabe G23 (Greedy)
Finde einen Greedy-Algorithmus, der eine Zerlegung eines Geldbetrags in möglichst wenige Geldscheine und -stücke findet. Gib ein Währungssystem an, bei dem dein Algorithmus immer die Optimallösung findet und ein Währungssystem, bei dem dies nicht notwendigerweise der Fall ist. Begründe deine Antwort, ein formaler Beweis ist nicht notwendig.

Aufgabe G24 (Heap-Sort)
Sortiere folgendes Array mit Hilfe des Heap-Sort-Algorithmus (3,1,4,1,5,9,2).

Die folgenden Aufgaben könnten Teil einer ADM-Klausur sein. Ihr sollt mit diesen Aufgaben ein Gefühl für den Schwierigkeitsgrad der Klausur bekommen. Die Aufgaben der Klausur können dann ganz anders aussehen. In der Klausur wird es 6 Aufgaben geben, für die ihr insgesamt 60 Minuten Zeit habt. Versucht doch mal, die folgenden sechs Aufgaben in 60 Minuten unter Klausurbedingungen zu lösen.

Aufgabe G25 (mögliche Klausuraufgabe)
Ein Gastgeber möchte 6 seiner 14 Freunde einladen. Auf wieviele verschiedene Arten kann er die Gäste auswählen? Wie ändert sich die Zahl, wenn 2 seiner Freunde sich so wenig mögen, dass keiner von ihnen erscheinen wird, wenn der andere eingeladen ist? Auf wieviele verschiedene Arten kann er die Gäste auszählen, wenn zwei von ihnen sich so sehr mögen, dass keiner ohne den anderen erscheinen wird?

Aufgabe G26 (mögliche Klausuraufgabe)
Beweisen Sie, dass ein Baum ohne Knoten mit Grad 2 mindestens genauso viele Blätter wie innere Knoten hat.

Aufgabe G27 (mögliche Klausuraufgabe)
Sei (i, j) eine Kante minimalen Gewichts in einem Graphen $G = (V, A)$. Zeigen Sie, dass immer ein minimal aufspannender Baum T existiert, in dem diese Kante enthalten ist. Enthält jeder minimal aufspannende Baum von G diese Kante?

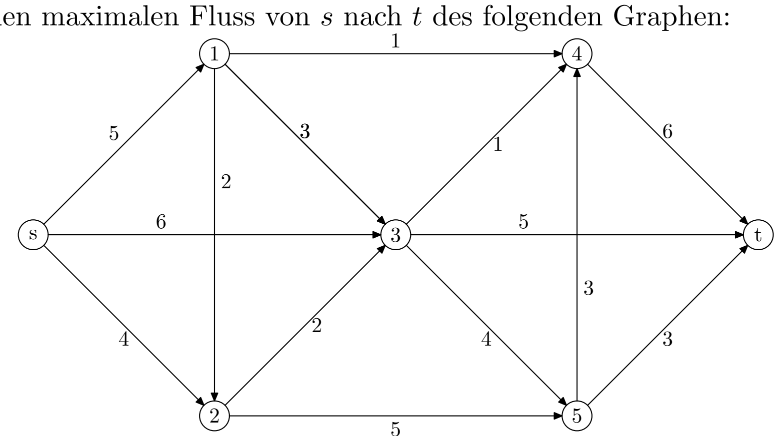
Aufgabe G28 (mögliche Klausuraufgabe)

Platzsparende Buchaufbewahrung in einer Bibliothek:

In einer Bibliothek können Bücher nach Thema, Autor, Größe oder vielen anderen Methoden eingeordnet werden, die ein schnelles Wiederherstellen der Ordnung ermöglichen. In dieser Übung wollen wir die Bücher so nach ihrer Größe optimal einsortieren, dass die Aufbewahrungskosten für eine gegebene Sammlung an Büchern minimal wird. Nehmen Sie an, dass wir die Höhen und Dicken aller dieser Bücher kennen (wir nehmen dabei an, dass die Breite der Bücher so ist, dass sie alle in das gleiche Regal passen, somit erhalten wir ein zweidimensionales Problem und ignorieren die Buchbreiten). Nehmen Sie weiterhin an, dass die Bücher nach ihren n bekannten Höhen $H_1, H_2, \ldots, H_n$ aufsteigend sortiert sind, d.h. $H_1 < H_2 < \ldots < H_n$. Da wir die Dicke der Bücher wissen, können wir die benötigte Länge für jede Höhenklasse bestimmen. Sei L_i die Länge, die die Bücher der Höhe H_i benötigen. Wenn wir Fächer der Höhe H_i für die Länge x_i aufbauen, so haben wir Kosten von $F_i + C_i x_i$, wobei F_i fixe Anordnungskosten sind, die unabhängig von der zu ordnenden Länge sind, und C_i sind die Kosten des Regals pro Längeneinheit $C_1 \leq C_2 \leq \ldots \leq C_h$. Beachten Sie dabei, dass es sinnvoll sein kann, um Fixkosten zur Anordnung zu sparen, nicht für jede Buchhöhe eigene Fächer bereitzustellen, wir können auch ein Fach einer Höhe H_i benutzen, um kleinere Bücher darin unterzubringen. Wir wollen die Länge der Aufstellung für jede Höhenklasse berechnen, die die Gesamtkosten für die Buchaufbewahrung minimiert.

Aufgabe G29 (mögliche Klausuraufgabe)

Berechnen Sie den maximalen Fluss von s nach t des folgenden Graphen:



Beweisen Sie außerdem die Optimalität des Flusses.

Aufgabe G30 (mögliche Klausuraufgabe)

Eine Firma hat 25 Filialen in Deutschland verteilt. Zur besseren Kommunikation möchte die Firma Standleitungen von der Telekom anmieten. Eine Standleitung zwischen zwei Standorten kostet pauschal 1.000,- Euro.

(a) Wieviel kostet die Firma die Anmietung von Leitungen, so dass jeder Standort mit jedem (evtl. über andere Standorte) kommunizieren kann.

(b) Es gibt 5 ausgewählte Paare von Standorten, die unbedingt direkt miteinander verbunden sein möchten. Ändert sich an den Kosten der Lösung in a) etwas?

(c) Anstatt Pauschalkosten von 1.000,- verlangt die Telekom Kilometer abhängige Preise im 2. Jahr. Ist die in (a) gefundene Lösung immer noch optimal? Wenn ja, begründen Sie Ihre Entscheidung. Wenn nein, geben Sie ein Gegenbeispiel.