



3. Übungsblatt zur „Algorithmischen Diskreten Mathematik“

Gruppenübung

Aufgabe G8 (Eulersche Graphen)

(a) Welche der Graphen in Abbildung 1 sind eulersch?

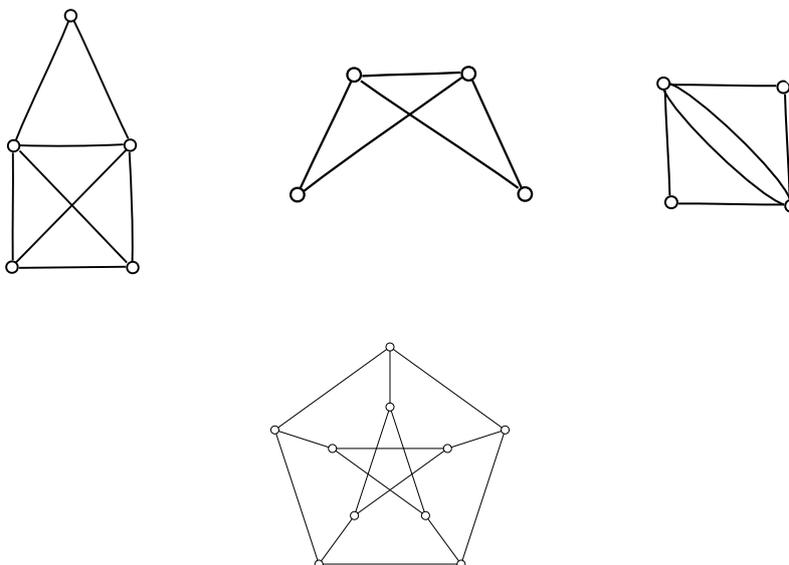


Abbildung 1: Eulersch – oder nicht?

- (b) Sei nun G ein zusammenhängender Graph. Gebe notwendige Bedingungen an, dass G eulersch ist.
- (c) Sind diese Bedingungen auch hinreichend?

Aufgabe G9 (Graphen)

Gegeben seien folgende Graphen:

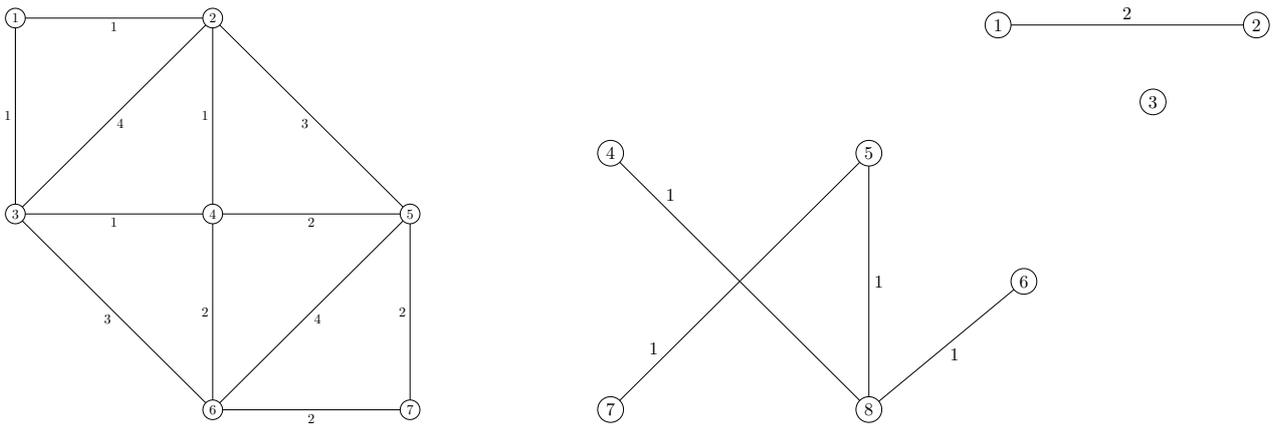


Abbildung 2: Zwei Graphen

- Gib den dualen Graphen des ersten Graphen an.
- Besitzen die Graphen einen Eulerschen Kreis (mit Begründung)?
- Besitzen die Graphen einen Hamiltonschen Kreis (mit Begründung)?
- Gib jeweils die Kodierungslänge der Graphen an.
- Erstelle für die Graphen je eine Adjazenzmatrix und eine Adjazenzliste.
- Führe auf den Graphen je einmal den BFS-Algorithmus durch und einmal den DFS-Algorithmus durch. Gib jeweils eine mögliche Reihenfolge an, in der die Knoten besucht werden, gib die Anzahl der Zusammenhangskomponenten und die Menge der Knoten der Zusammenhangskomponenten an.

Aufgabe G10 (Bipartite Graphen)

Zeigen Sie: Ein Graph $G = (V, E)$ ist bipartit genau dann, wenn er keine Kreise ungerader Länge enthält.

Hausübung

Aufgabe H10 (Graphen)

Gegeben sei der folgende Graph:

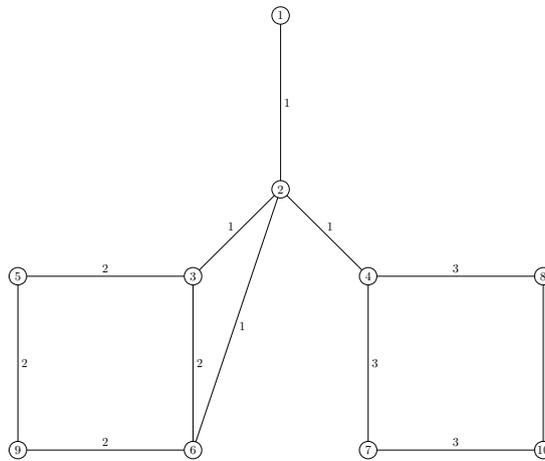


Abbildung 3: Ein Graph

- Gib den dualen Graphen des Graphen an.
- Besitzt der Graph einen Eulerschen Weg (mit Begründung)?
- Besitzt der Graph einen Hamiltonschen Kreis (mit Begründung)?
- Gib die Kodierungslänge des Graphen an.
- Erstelle für den Graphen je eine Adjazenzmatrix und eine Adjazenzliste.
- Führe auf dem Graphen je einmal den BFS-Algorithmus durch und einmal den DFS-Algorithmus durch. Gib jeweils eine mögliche Reihenfolge an, in der die Knoten besucht werden, gib die Anzahl der Zusammenhangskomponenten und die Menge der Knoten der Zusammenhangskomponenten an.

Aufgabe H11 (Pfade und Wege)

Es sei $G = (V, E)$ ein einfacher ungerichteter Graph. Beweise die folgenden Aussagen:

- Jeder $[u, v]$ -Pfad enthält einen $[u, v]$ -Weg. Ein kürzester (bzgl. einer Gewichtung $c_e \geq 0$, $e \in E$) $[u, v]$ -Pfad ist ein $[u, v]$ -Weg.
- Ist $d(v) \geq \lfloor \frac{|V|}{2} \rfloor$ für alle $v \in V$, dann existiert zwischen je zwei Knoten ein Weg, der aus höchstens 2 Kanten besteht.

Aufgabe H12 (Der komplementäre Graph)

- Das Komplement \overline{G} von $G = (V, E)$ ist der Graph auf V , in dem zwei Ecken genau dann benachbart sind, wenn sie es in G nicht sind.
Zeige: Ist G ein ungerichteter Graph, so ist G oder \overline{G} zusammenhängend.
- Beweisen Sie, dass in einer Party mit n Personen mindestens 2 Personen existieren, die die gleiche Anzahl von Freunden unter den Anwesenden haben.
Hinweis: Freundschaft ist als zweiseitige Relation anzunehmen.