

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Jürgen Lehn
Dr. Andreas Rößler
Dipl.-Math. Nicole Nowak
Dipl.-Math. Hasan Gündoğan
SS 2008



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

17.07.2008

Mathematik II für BI, WIBI, MaWi und GEO Multiple Choice, Semestralklausur 1

Bitte in DRUCKSCHRIFT deutlich lesbar ausfüllen:

Name: Matrikelnummer:

Vorname: Studienfach:

Bitte kreuzen Sie Ihre Antworten nur auf diesem Blatt an. Kreuze auf dem Aufgabenblatt werden nicht berücksichtigt.

Das richtige Beantworten einer Aufgabe (genau ein Kreuz an der richtigen Stelle) bringt zwei (2) Punkte, das falsche Beantworten (Kreuz an der falschen Stelle oder mehr als ein Kreuz) bringt einen halben (0,5) Minuspunkt, das Auslassen einer Aufgabe (kein Kreuz) bringt keinen Punkt (auch keinen Abzug).

Zu jeder Frage sind 5 mögliche Antworten gegeben, von denen jeweils genau eine richtig ist.

Antwort	A	B	C	D	E
Aufgabe 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aufgabe 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aufgabe 3	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aufgabe 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aufgabe 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aufgabe 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aufgabe 7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Aufgabe 8	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aufgabe 9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aufgabe 10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabe 1

Welche der folgenden Mengen ist ein (Unter-)Vektorraum?

$$A) \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \right\}$$

$$B) \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

$$C) \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid 3x + 5y - 2z = 8 \right\}$$

$$D) \left\{ t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

$$E) \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ oder } \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \right\}$$

Aufgabe 2

Welche der folgenden drei Mengen sind Basen des \mathbb{R}^3 ?

$$1. \mathcal{B}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$2. \mathcal{B}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$3. \mathcal{B}_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix} \right\}$$

- A) Alle drei Mengen sind Basen.
- B) Keine der drei Mengen ist eine Basis.
- C) \mathcal{B}_2 und \mathcal{B}_3 sind Basen.
- D) \mathcal{B}_1 und \mathcal{B}_3 sind Basen
- E) Nur \mathcal{B}_2 ist eine Basis.

Aufgabe 3

Wie viele der folgenden Abbildungen sind lineare Abbildungen?

1. $f_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f_1 \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right) = xy$

2. $f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f_2 \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right) = 5x + 7y + 3$

3. $f_3 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f_3 \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

4. $f_4 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f_4 \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 0

Aufgabe 4

Für welche Werte $k \in \mathbb{R}$ ist das folgende Gleichungssystem eindeutig lösbar?

$$x - 3z = -3$$

$$2x + ky - z = -2$$

$$x + 2y + kz = 1$$

- A) $k \in \mathbb{R}$
- B) $k = 5$ oder $k = 7$
- C) $k \neq -5$ und $k \neq 2$
- D) $k \neq 0$
- E) $k \in \mathbb{R} \setminus \{7\}$

Aufgabe 5

Für welches der folgenden Paare A und v ist v kein Eigenvektor von A ?

A) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

B) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

C) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

D) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & 5 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

E) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6

Welche der folgenden Teilmengen des \mathbb{R}^2 ist kompakt?

- A) \mathbb{R}^2
- B) $\mathbb{D}^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \sqrt{x^2 + y^2} < 1\}$
- C) $[0; 1] \times \mathbb{R}$
- D) $\mathbb{B}^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1\}$
- E) Keine der obigen vier Mengen.

Aufgabe 7

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto x^2y^2 - e^x + \sin(y)$. Dann gilt:

- A) $f_x(x, y) = 2xy^2 + e^x$.
- B) $f_y(x, y) = 2x^2y - \cos(y)$.
- C) $f_{xx}(x, y) = 2$.
- D) $f_{xy}(x, y) = 4xy - e^x$.
- E) Keine der obigen vier Aussagen.

Aufgabe 8

Was ist Δu für die Funktion $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(x, y) \mapsto (\sin(xy), x^2 + y^2)^T$?

- A) Nicht definiert.
- B) 0
- C) $-y^2 \sin(xy) + 2$
- D) 1
- E) Ein andere Zahl als die obigen.

Aufgabe 9

Wie lautet die Kettenregel für differenzierbare Funktionen $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$?

- A) $(f \circ g)'(x, y, z) = f'(x, y, z) \cdot g'(x, y, z)$.
- B) $(f \circ g)'(x, y, z) = g'(x, y, z) \cdot f'(x, y, z)$.
- C) $\mathcal{J}_{f \circ g}(x, y, z) = \mathcal{J}_f(x, y, z) \cdot \mathcal{J}_g(x, y, z)$.
- D) $\mathcal{J}_{f \circ g}(x, y, z) = \mathcal{J}_f(g(x, y, z)) \cdot \mathcal{J}_g(x, y, z)$.
- E) Sie lautet anders als jede der obigen vier Antwortmöglichkeiten.

Aufgabe 10

Welchen Wert hat das Wegintegral $\oint_C w \cdot dx$ für $w : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(u, v) \mapsto (2uv^2 + \cos(u), 2u^2v)^T$ und $C = x : [0; 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $t \mapsto (\cos(t), \sin(t))^T$?

- A) 1
- B) π
- C) 2
- D) 2π
- E) Keinen der obigen vier Werte.