



3. Übungsblatt zur „Mathematik II für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo“

Gruppenübung

Aufgabe G6 (Matrixoperationen)

Berechnen Sie für

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = (2 \quad 1 \quad -1) \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

die Produkte AB , AC , BC , BA , CA und AC^T , falls diese definiert sind. Welche der Summen $A + B$, $A + C$ und $B + C$ können Sie bilden?

Aufgabe G7 (Inverse Matrix und lineare Gleichungssysteme)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Berechnen Sie, falls möglich, die Inverse von A .
- (ii) Berechnen Sie die Determinante von A .
- (iii) Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit Hilfe des Gauß-Algorithmus. Bestimmen Sie die Lösung nun auch mit Hilfe der in (i) bestimmten Inversen von A .

Aufgabe G8 (Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme)

Überprüfen Sie, ob die folgenden linearen Gleichungssysteme

$$\begin{array}{ll} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 & x_1 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 0 & \text{und} \quad 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 0 & 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{array}$$

lösbar sind. Bestimmen Sie jeweils auch den Lösungsraum.

Hausübung

Aufgabe H7 (Matrixoperationen)

(4 Punkte)

a) Wir betrachten

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = (2 \quad 1 \quad -1), \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad D = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $(BC) \cdot (-AD + 3D)$.

b) Berechnen Sie die Produkte EF und $E^T F$ für

$$E = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad F = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe H8 (Gauß-Algorithmus, Inverse)

Berechnen Sie mittels des Gauß-Algorithmus die Inverse der Matrix A und bestimmen Sie anschließend die Lösung des Gleichungssystems $Ax = b$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & 4 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe H9 (Vermischtes)

(a) Sei $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 \\ -3 & -2 & \mu \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

mit $\mu \in \mathbb{R}$.

Bestimmen Sie den Rang von A in Abhängigkeit von μ .

- (b) Ist das Produkt zweier symmetrischer Matrizen wieder symmetrisch? Begründen Sie Ihre Antwort!
- (c) Zeigen Sie, dass für jede quadratische Matrix A mit reellen Einträgen gilt: $A + A^T$ ist eine symmetrische Matrix. Nutzen Sie hierfür die Rechenregeln für Matrixaddition und für das Transponieren.