



1. Übungsblatt zur „Mathematik II für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo“

Vorspann

Herzlich Willkommen zur ersten Matheübung des Semesters!

Sie werden im ersten Teil des Semesters sehr viel mit Vektorrechnung zu tun haben. Erste Erfahrungen haben Sie damit schon im letzten Semester gesammelt. Diese gilt es nun zu vertiefen und in einen größeren Kontext zu setzen.

Diese erste Übung soll Ihnen helfen, sich an die Begriffe, die Ihnen bereits im letzten Semester vorgestellt wurden, zu erinnern.

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Orthogonalität von Vektoren)

Gegeben seien die Vektoren

$$u_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Untersuchen Sie diese Vektoren hinsichtlich ihrer Orthogonalität und berechnen Sie die Längen von u_1 , u_2 und u_3 .

Aufgabe G2 (Vektorraum)

Zeigen Sie, dass die Menge U wie sie unten definiert ist einen Vektorraum bildet. Gehen Sie dabei so vor, dass Sie alle Rechenregeln, die in einem Vektorraum gelten müssen nachweisen. Sie dürfen hierbei alle Ihnen bekannten Rechenregeln, die für reelle Zahlen gelten, verwenden.

$$U := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \right\}$$

Hausübung

Aufgabe H1 (Skalarprodukt und Winkel)

(6 Punkte)

Die Punkte $P_1(0,0)$, $P_2(2,1)$ und $P_3(-1,4)$ sind die Eckpunkte eines Dreiecks im \mathbb{R}^2 .

Berechnen Sie

- die Länge der Seiten P_1P_2 , P_1P_3 und P_2P_3 ,
- die Winkel in den Punkten P_1 , P_2 und P_3 und
- den Flächeninhalt des Dreiecks.

Aufgabe H2 (Geraden im \mathbb{R}^2)

(6 Punkte)

Gegeben sei der Vektor $v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$.

- Geben Sie alle Vektoren an, die auf v_1 senkrecht stehen.
- Es sei v_1 der Ortsvektor des Punktes P und der Vektor $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ der Ortsvektor des Punktes Q . Geben Sie die Gleichungen für die Gerade g_1 durch den Punkt P mit Richtungsvektor v_2 und die Gerade g_2 durch den Punkt Q mit Richtungsvektor v_1 an. Berechnen Sie den Schnittwinkel und den Schnittpunkt von g_1 und g_2 .

Aufgabe H3 (Determinanten)

(3 Punkte)

Bestimmen Sie die Determinanten der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -4 \\ 2 & 5 & 3 \\ 9 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und}$$