



# 1. Übungsblatt zur „Mathematik II für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo“

## Vorspann

Herzlich Willkommen zur ersten Matheübung des Semesters!

Sie werden im ersten Teil des Semesters sehr viel mit Vektorrechnung zu tun haben. Erste Erfahrungen haben Sie damit schon im letzten Semester gesammelt. Diese gilt es nun zu vertiefen und in einen größeren Kontext zu setzen.

Diese erste Übung soll Ihnen helfen, sich an die Begriffe, die Ihnen bereits im letzten Semester vorgestellt wurden, zu erinnern.

## Gruppenübung

### Aufgabe G1 (Orthogonalität von Vektoren)

Gegeben seien die Vektoren

$$u_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Untersuchen Sie diese Vektoren hinsichtlich ihrer Orthogonalität und berechnen Sie die Längen von  $u_1$ ,  $u_2$  und  $u_3$ .

### Aufgabe G2 (Vektorraum)

Zeigen Sie, dass die Menge  $U$  wie sie unten definiert ist einen Vektorraum bildet. Gehen Sie dabei so vor, dass Sie alle Rechenregeln, die in einem Vektorraum gelten müssen nachweisen. Sie dürfen hierbei alle Ihnen bekannten Rechenregeln, die für reelle Zahlen gelten, verwenden.

$$U := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \right\}$$

# Hausübung

## Aufgabe H1 (Skalarprodukt und Winkel) (6 Punkte)

Die Punkte  $P_1(0, 0)$ ,  $P_2(2, 1)$  und  $P_3(-1, 4)$  sind die Eckpunkte eines Dreiecks im  $\mathbb{R}^2$ .

Berechnen Sie

- a) die Länge der Seiten  $P_1P_2$ ,  $P_1P_3$  und  $P_2P_3$ ,
- b) die Winkel in den Punkten  $P_1$ ,  $P_2$  und  $P_3$  und
- c) den Flächeninhalt des Dreiecks.

## Aufgabe H2 (Geraden im $\mathbb{R}^2$ ) (6 Punkte)

Gegeben sei der Vektor  $v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ .

- a) Geben Sie alle Vektoren an, die auf  $v_1$  senkrecht stehen.
- b) Es sei  $v_1$  der Ortsvektor des Punktes  $P$  und der Vektor  $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$  der Ortsvektor des Punktes  $Q$ . Geben Sie die Gleichungen für die Gerade  $g_1$  durch den Punkt  $P$  mit Richtungsvektor  $v_2$  und die Gerade  $g_2$  durch den Punkt  $Q$  mit Richtungsvektor  $v_1$  an. Berechnen Sie den Schnittwinkel und den Schnittpunkt von  $g_1$  und  $g_2$ .

## Aufgabe H3 (Determinanten) (3 Punkte)

Bestimmen Sie die Determinanten der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -4 \\ 2 & 5 & 3 \\ 9 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und}$$