

## 9. Übungsblatt Formale Grundlagen der Informatik II SS 2008

**(E9.1)**

(a) Leiten Sie die folgenden Sequenzen her:

(i)  $\forall x Rxfx \vdash \exists x Rxfxfx$

(ii)  $\forall x \forall y (Rxy \vee Py), \exists x \neg Px \vdash \exists x \forall y Ryx$

(iii)  $\forall x fxx = x \vdash \forall x (Px \vee \neg Pfx)$

(b) Beweisen Sie die Korrektheit der folgenden Regel:

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta, \forall x Rxfx}{\Gamma \vdash \Delta, \forall x \exists y Rxy}$$

Beachten Sie, daß sich diese Regel nicht in  $\mathcal{SK}^\neq$  (auch nicht in  $\mathcal{SK}$ ) herleiten läßt (warum?).

**(E9.2)**

(a) Zeigen Sie, daß die folgenden Sequenzen ableitbar sind:

(i)  $\exists y \forall x Rxy \vdash \forall x \exists y Rxy$

(ii)  $\forall x (\varphi \vee \psi) \vdash \forall x \varphi \vee \forall x \psi$ , vorausgesetzt, daß  $x \notin \text{frei}(\psi)$ .

(b) Beweisen Sie die Korrektheit der folgenden Regel:

$$\frac{\Gamma, \varphi(c/x) \vdash \Delta, \psi(c/x)}{\Gamma \vdash \Delta, \forall x (\varphi \rightarrow \psi)} \quad \text{wobei } c \text{ nicht in } \Gamma, \Delta, \varphi, \psi \text{ vorkommt.}$$

(c) Was geht schief, wenn man in den Regeln ( $\forall R$ ) und ( $\exists L$ ) die Bedingung wegläßt, daß die Konstante nirgendwo vorkommt? Finden sie eine ungültige Sequenz, die man mit den liberaleren Regeln ableiten kann.