



## Einführung in die Stochastik 1. Übung

### Hausübung

**H 1** Bei einem Zufallsexperiment werden drei Glühbirnen gleichzeitig eingeschaltet, wobei jede einzelne defekt sein kann. Definieren Sie für dieses Zufallsexperiment einen möglichst einfachen Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ , so dass die  $\sigma$ -Algebra  $\mathfrak{A}$  die Ereignisse

$A_1$  : „genau zwei Glühbirnen brennen“

und

$A_2$  : „höchstens zwei Glühbirnen brennen“

enthält und für das Wahrscheinlichkeitsmaß

$$P(A_1) = \frac{3}{7} \quad \text{und} \quad P(A_2) = \frac{5}{7}$$

gelten. Die Wahrscheinlichkeiten welcher Ereignisse können Sie anhand dieser Vorgaben errechnen?

**H 2** Drei unterscheidbare Würfel werden gleichzeitig geworfen. Geben Sie zunächst einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$  an und berechnen Sie dann die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

A: Erster und zweiter Würfel zeigen die gleiche Augenzahl.

B: Die Augensumme des zweiten und dritten Würfels ist durch drei teilbar.

C: Erster und dritter Würfel zeigen verschiedene Augenzahlen.

**H 3** Eine technische Anlage bestehe aus  $n$  ( $n \geq 1$ ) Bauteilen, die jeweils intakt oder defekt sein können. Die Anlage ist nur arbeitsfähig, wenn alle Bauteile funktionieren. Definieren Sie eine geeignete Menge  $\Omega$ , welche die möglichen Zustandskombinationen aller Bauteile beschreibt. Stellen Sie folgende Ereignisse mit Hilfe von  $\Omega$  dar:

$A_i$  : Bauteil  $i$  intakt  $i = 1, \dots, n$

$B$  : Anlage ist arbeitsfähig

$C$  : wenigstens ein Bauteil ist intakt

$D$  : genau ein Bauteil ist intakt

$E$  : kein Bauteil ist intakt

Stellen Sie sich die Ereignisse  $B$  und  $D$  mittels der Ereignisse  $A_1, A_2, \dots, A_n$  dar!

**H 4** Sei  $A_1, A_2, \dots$  eine Folge von Ereignissen in einem Ereignisraum  $\mathfrak{A}$ . Beschreiben Sie die folgenden Ereignisse mit Hilfe mengentheoretischer Operationen,

(i) Keines der Ereignisse  $A_1, A_2, \dots$  tritt ein.

(ii) Genau eines der Ereignisse  $A_1, A_2, \dots$  tritt ein.

(iii) Unendliche viele der Ereignisse  $A_1, A_2, \dots$  treten ein.

(iv) Endlich viele der Ereignisse  $A_1, A_2, \dots$  treten nicht ein.