Fachbereich Mathematik
Professor W. Stannat
H. Gündogan
A. Keller

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

09.01.2009

Mathematik III für BI, BSc. WI/BI, MaWi, AngGeo
14. Übung

Gruppenübung

G 41 Bei der Größenmessung in einer Gruppe von 9 Personen ergaben sich folgende Körpergrößen [in cm]:

$$184.2,\ 182.6,\ 185.3,\ 184.5,\ 186.2,\ 183.9,\ 185.0,\ 187.1,\ 184.4.$$

Diese Messwerte werden als Realisationen der Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_9$ angenommen, die unabhängig und identisch $N(\mu, \sigma^2)$-verteilt seien.

(a) Geben Sie ein Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau 0.99 für den Erwartungswert μ an, falls die Standardabweichung bekannt ist und $\sigma = 2.4$ [cm] beträgt.

(b) Welches Konfidenzintervall ergibt sich in (a) für dasselbe Konfidenzniveau, falls die Standardabweichung als unbekannt angenommen wird?

(c) Ermitteln Sie im letzteren Fall ein Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau 0.99 für die Varianz σ^2.

G 42 Für die Gewichte von Warenpackungen wird angenommen, dass sie durch unabhängige $N(\mu, \sigma^2)$-verteilte Zufallsvariablen beschrieben werden können. Eine Stichprobe vom Umfang 10 aus dem Warenlager ergab für die Gewichte (in kp):

20.40	19.80	20.05	20.50	20.20
20.25	20.00	19.90	20.15	20.10

Bestimmen Sie ein konkretes Konfidenzintervall der Form $[a, \infty)$ für μ zum Niveau 0.99.

G 43 Um die Genauigkeit eines neu entwickelten Gerätes zur Messung von Weglängen im Gelände zu kontrollieren, wurde eine Strecke von genau $1000m$ zehnmal vermessen.

Messung	1	2	3	4	5
Messwert $[m]$	998.0	1001.0	1003.0	1000.5	999.0
Messung	6	7	8	9	10
Messwert $[m]$	997.5	1000.0	999.5	996.0	998.5

Unter der Annahme, dass die Messwerte eine Realisierung unabhängiger $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$-verteilter Zufallsvariablen sind, soll zum Niveau $\alpha = 5\%$ die Hypothese getestet werden, dass das Gerät im Mittel die korrekte Entfernung angibt

(a) bei unbekannter Varianz,

(b) unter der Voraussetzung, dass $\sigma^2 = 4$ gilt.

G 44 In einer Molkerei gibt es zwei Maschinen, die Milch in Milchtüten abfüllen. Die Füllmengen von 21 Milchtüten der ersten Maschine bzw. von 9 Milchtüten der zweiten Maschine wurden gemessen. Dabei erhielt man Messwerte $x_1, \ldots, x_{21}$, $y_1, \ldots, y_9$ (in ml) mit den empirischen Mittelwerten $\overline{x} = 501$ bzw. $\overline{y} = 503$ und den empirischen Varianzen $s_X^2 = 3.24$ bzw. $s_Y^2 =$

3.61. Unter der Annahme, dass die angegebenen Messwerte eine Realisierung unabhängiger Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_{21}, Y_1, \ldots, Y_9$ sind, wobei $X_1, \ldots, X_{21}$ identisch $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ - und $Y_1, \ldots, Y_9$ identisch $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ - verteilt sind, testen Sie

(a) unter der Annahme $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ durch Anwendung eines geeigneten Testverfahrens zum Niveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese $\mu_1 \geq \mu_2$ gegen die Alternative $\mu_1 < \mu_2$.

(b) durch Anwendung eines geeigneten Testverfahrens zum Niveau $\alpha = 0.1$, ob aufgrund des angegebenen Datenmaterials die unter (a) gemachte Annahme $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ gegen $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ zu verwerfen ist.

Eventuell benötigte Quantile: $t_{28;0.95} = 1.70$, $F_{20;8;0.95} = 3.1502$, $F_{8;20;0.95} = 2.4471$.