Fachbereich Mathematik
Professor W. Stannat
H. Gündogan
A. Keller

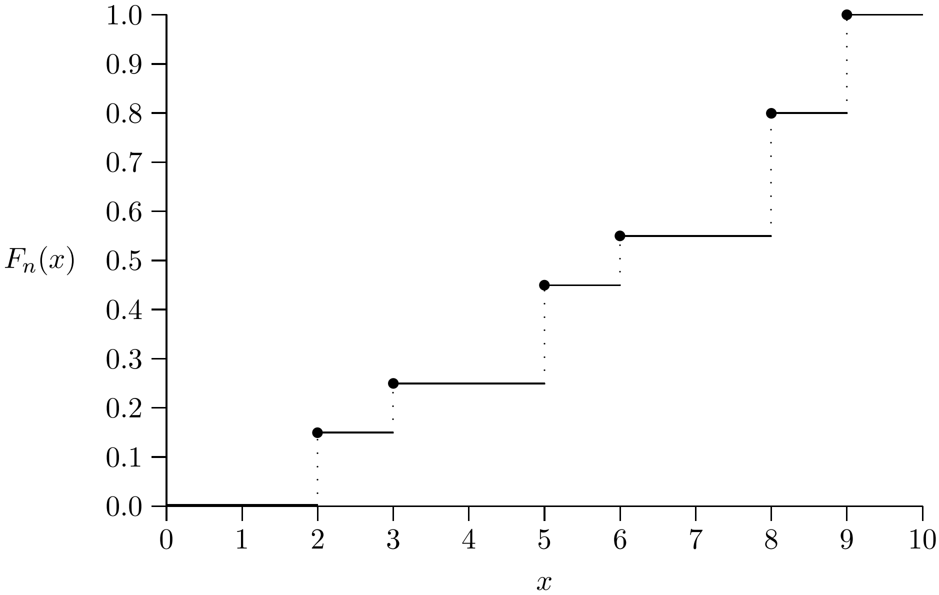
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

08.12.2008

Mathematik III für BI, BSc. WI/BI, MaWi, AngGeo
8. Übung

Gruppenübung

G 22 Zu einer Messreihe $x_1, \ldots, x_{20}$ wurde die folgende empirische Verteilungsfunktion skizziert:



(a) Lesen Sie den größten und kleinsten Wert der Messreihe ab. Bestimmen Sie außerdem die relative Häufigkeit von Messwerten,
   1. die im Intervall $(2.3, 6.6]$ liegen,
   2. die größer als 3 sind.

(b) Geben Sie die Quantile x_p zu $p = 0.3$, $p = 0.6$ und $p = 0.8$ an.

(c) Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die empirische Varianz der Messreihe.

G 23 Auf dem Darmstädter Wochenmarkt ist eine Erhebung über die Länge und das Gewicht von Salatgurken durchgeführt worden. Dabei erhielt man folgende Messwerte:

Länge x_i (in cm)	30	31	33	37	39	40
Gewicht y_i (in g)	595	610	625	640	655	715

Es ergeben sich folgende Summen:

$$\sum_{i=1}^{6} x_i = 210,\ \sum_{i=1}^{6} x_i^2 = 7\,440,\ \sum_{i=1}^{6} y_i = 3\,840,\ \sum_{i=1}^{6} y_i^2 = 2\,466\,600,\ \sum_{i=1}^{6} x_i y_i = 135\,210,$$

(a) Stellen Sie die Messergebnisse in einem Punktediagramm dar.

(b) Berechnen Sie zu der oben angegebenen Messreihe die empirische Kovarianz sowie die empirische Korrelation. Erscheint ein linearer Zusammenhang zwischen den beobachteten Größen angemessen?

(c) Berechnen Sie die Regressionsgerade zur Vorhersage des Gewichtes an Hand der Länge der Salatgurken und zeichnen Sie diese in das Punktediagramm aus a) ein.

(d) Geben Sie einen Prognosewert für das Gewicht einer Salatgurke der Länge 34 cm an.

G 24 (a) In Brighton an der Südküste Englands wurden während der Weihnachtsferien die folgenden Tagestiefsttemperaturen x_i, $i = 1, \ldots, 15$, in Grad Fahrenheit gemessen:

31	27	28	26	30	36	35	34
31	30	27	27	26	32	28	

Berechnen Sie die mittlere Tagestiefsttemperatur in Grad Fahrenheit und in Grad Celsius.
(Hinweis: x Grad Fahrenheit entsprechen $y = \frac{5}{9}(x - 32)$ Grad Celsius.)

(b) Geben Sie eine Messreihe und eine konkrete lineare Transformation (d.h. reelle Zahlen a und b für die Vorschrift $y_i = a \cdot x_i + b$) an, so dass $\tilde{y} \neq a\tilde{x} + b$ für die zugehörigen Mediane $\tilde{x}$ und $\tilde{y}$ gilt.

Hausübung

H 22 Beim Auszählen von Zellen in 50 Quadranten eines Hämazytometers ergaben sich die folgenden Werte:

1	2	2	2	4	4	4	5	5	5	2	1	2	2	7	6	7	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	5	5	6	6	2	3	3	3	3	3	6	7	7	7	5	2	2	2	7	9	9

(a) Fertigen Sie ein Stabdiagramm zu den relativen Häufigkeiten dieser Messwerte an und zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion.

(b) Lesen Sie das p-Quantil für $p = 0.2$ sowie $p = 0.76$ an der empirischen Verteilungsfunktion ab. Bestimmen Sie an Hand der geordneten Messreihe das empirische p-Quantil für $p = 0.25$, $p = 0.5$ und $p = 0.84$.

(c) Berechnen Sie die empirische Standardabweichung der Messreihe.

H 23 In der folgenden Tabelle sind die an acht Männern festgestellten Merkmale X (Hämoglobingehalt pro 100 ml Blut) und Y (mittlere Oberfläche der Erythrozyten in 10^{-6}mm^2) zusammengestellt.

X	16.85	15.97	17.40	15.09	16.08	17.95	15.53	17.29	Männer
Y	103.41	106.93	99.78	101.54	98.68	103.74	104.18	108.36	

$\sum x_i = 132.16$, $\sum x_i^2 = 2\,190.33$, $\sum y_i = 826.62$, $\sum y_i^2 = 85\,489.17$, $\sum x_i y_i = 13\,658.91$

(a) Tragen Sie die Punkte in ein Diagramm ein. Wählen Sie auf der X-Achse für eine Einheit 2.5 cm und auf der Y-Achse für eine Einheit 0.5 cm.

(b) Bestimmen Sie die empirische Korrelation und die Regressionsgerade zur Vorhersage der mittleren Erythrozytenoberfläche aus dem Hämoglobingehalt.

(c) Tragen Sie die Regressiongerade in das Koordinatensystem ein und interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

H 24 Im Zuge einer amerikanischen Studie, welche den Kohlenwasserstoff-Ausstoss von Autos (in $g/Meile$) näher untersuchte, wurde bei 11 Autos der Kohlenwasserstoff-Ausstoss (y_i, $i =$

$1, \ldots, 11$) über eine bestimme Fahrstrecke (x_i, $i = 1, \ldots, 11$) hinweg gemessen. Die Messungen ergaben die folgenden Werte (Fahrstrecke in 1000 Meilen)

$$\sum_{i=1}^{11} x_i = 304.377, \quad \sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 10461.814$$
$$\sum_{i=1}^{11} y_i = 3.407, \quad \sum_{i=1}^{11} y_i^2 = 1.063 \quad \sum_{i=1}^{11} x_i y_i = 97.373$$

(a) Bestimmen Sie die Regressionsgerade, welche die Abhängigkeit des Kohlenwasserstoffausstoßes von der gefahren Strecke darstellt.

(b) Basierend auf Ihren Erkenntnissen aus (a): Wie groß ist der Kohlenwasserstoff-Ausstoss nach 30000 Meilen?