



Mathematik III für BI, BSc. WI/BI, MaWi, AngGeo 5. Übung

Gruppenübung

G 13 Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'' - \frac{x+2}{x}y' + \frac{y}{x} = 0.$$

(a) Welche der folgenden Funktionspaare bilden ein Fundamentalsystem dieser Gleichung?

- (i) $y_1(x) = e^x(x-2)$, $y_2(x) = 3x+6$.
- (ii) $y_1(x) = e^x(x-2)$, $y_2(x) = x-3$.
- (iii) $y_1(x) = e^x(x-2)$, $y_2(x) = 4+2x-2e^x+xe^x$.

(b) Bestimmen Sie nun diejenige Lösung der obigen Gleichung, welche zusätzlich den Anfangsbedingungen $y(2) = 8, y'(2) = 2 + e^2$ genügt.

G 14 Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''' - 4y'' + 5y' - 2y = b(x)$$

mit

- (i) $b(x) = e^x$
- (ii) $b(x) = \sin(2x)$
- (iii) $b(x) = e^x + \sin(2x)$.

G 15 Durch die Vorschrift

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \vec{y}(x)$$

sei ein System linearer Differentialgleichungen mit einer diagonalähnlichen Systemmatrix gegeben.

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems.
- b) Wie lautet die Lösung $\vec{y}(x)$ aus dem Aufgabenteil a), die der Anfangsbedingung

$$\vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

genügt?

Hausübung

H 13 Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden DGLn:

- (a) $y''' - y'' = y - y'$.
- (b) $y^{(4)} - 2y^{(3)} + y^{(2)} = 0$.

H 14 (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems

$$\vec{y}' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}$$

(b) Bestimmen Sie diejenige Lösung, die die Anfangsbedingung

$$\vec{y}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

erfüllt.

H 15 Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem sowie die Lösung von

$$y'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot y(t), \quad y(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgaben, die Sie ohne Hilfsmittel lösen sollten

- Skizzieren Sie: $\frac{1}{x}$, $\tan x$
- Bestimmen Sie: $\int \frac{1}{1+x^2} dx$, $\frac{d}{dx} \sin x$
- Stellen Sie den Ausdruck e^{2x} als Reihe dar.