



## Mathematik III für BI, BSc. WI/BI, MaWi, AngGeo 5. Übung

### Gruppenübung

**G 13** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'' - \frac{x+2}{x}y' + \frac{y}{x} = 0.$$

(a) Welche der folgenden Funktionspaare bilden ein Fundamentalsystem dieser Gleichung?

(i)  $y_1(x) = e^x(x-2)$ ,  $y_2(x) = 3x+6$ .

(ii)  $y_1(x) = e^x(x-2)$ ,  $y_2(x) = x-3$ .

(iii)  $y_1(x) = e^x(x-2)$ ,  $y_2(x) = 4+2x-2e^x+xe^x$ .

(b) Bestimmen Sie nun diejenige Lösung der obigen Gleichung, welche zusätzlich den Anfangsbedingungen  $y(2) = 8$ ,  $y'(2) = 2 + e^2$  genügt.

**G 14** Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''' - 4y'' + 5y' - 2y = b(x)$$

mit

(i)  $b(x) = e^x$     (ii)  $b(x) = \sin(2x)$     (iii)  $b(x) = e^x + \sin(2x)$ .

**G 15** Durch die Vorschrift

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \vec{y}(x)$$

sei ein System linearer Differentialgleichungen mit einer diagonalähnlichen Systemmatrix gegeben.

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems.

b) Wie lautet die Lösung  $\vec{y}(x)$  aus dem Aufgabenteil a), die der Anfangsbedingung

$$\vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

genügt?

### Hausübung

**H 13** Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden DGLn:

(a)  $y''' - y'' = y - y'$ .

(b)  $y^{(4)} - 2y^{(3)} + y^{(2)} = 0$ .

**H 14** (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems

$$\vec{y}' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}$$

(b) Bestimmen Sie diejenige Lösung, die die Anfangsbedingung

$$\vec{y}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

erfüllt.

**H 15** Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem sowie die Lösung von

$$y'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot y(t), \quad y(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

**Aufgaben, die Sie ohne Hilfsmittel lösen sollten**

- Skizzieren Sie:  $\frac{1}{x}$ ,  $\tan x$
- Bestimmen Sie:  $\int \frac{1}{1+x^2} dx$ ,  $\frac{d}{dx} \sin x$
- Stellen Sie den Ausdruck  $e^{2x}$  als Reihe dar.