



Mathematik III für BI, BSc. WI/BI, MaWi, AngGeo 2. Übung

Gruppenübung

G 4 Gegeben sei die Bernoullische Differentialgleichung

$$e^x y' = -\frac{1}{3}e^x y - \frac{1}{3}y^4.$$

- (a) Transformieren Sie diese Differentialgleichung in eine lineare Differentialgleichung.
- (b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

G 5 Bestimmen Sie einen integrierenden Faktor für die Differentialgleichung

$$(xy^2 - y^3)dx + (1 - xy^2)dy = 0,$$

und bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Gleichung.

Hinweis: Der integrierende Faktor μ sollte als Funktion nur von y , $\mu = \mu(y)$ gewählt werden.

G 6 (a) Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y' = \sqrt{x|y|}, \quad y(1) = 0$$

mit $x \geq 0$. Bestimmen Sie durch Anwendung des Satzes von Peano in Bezug auf das Rechteck $R = [0, 4] \times [-4, 4]$ ein Intervall, auf dem eine Lösung des Anfangswertproblems existiert.

Hinweis: Es wird nicht verlangt, dass Sie eine Lösung des Anfangswertproblems berechnen. Beachten Sie bitte auch, dass nichts über die Eindeutigkeit der Lösung gesagt wird.

(b) Zeigen Sie, dass das Anfangswertproblem

$$y' = y \cdot e^{x^2-9} \cdot \sin(x^3 + 2), \quad y(2) = 1$$

genau eine Lösung auf dem Intervall $[-1, 3]$ besitzt.

Hausübung

H 4 (a) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$3x^3 \sqrt{x^4 + 1} (\ln y + 2) dx + \frac{1}{2y} \sqrt{(x^4 + 1)^3} dy = 0$$

exakt ist, und finden Sie die allgemeine Lösung.

(b) Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$(2xy \ln y) dx + (x^2 - 2 \ln y) dy = 0$$

nicht exakt ist, finden Sie einen integrierenden Faktor, und bestimmen Sie die allgemeine Lösung.

Hinweis: Wählen Sie den integrierenden Faktor nur als Funktion von y .

H 5 Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Bernoullischen Differentialgleichung

$$y' + y = y^3 \sin(x).$$

H 6 Bestimmen Sie alle Lösungen der linearen Differentialgleichung

$$y' - \frac{x}{1+x^2}y = 2\sqrt{1+x^2}.$$