

Graphen und Algorithmen (WS 2007/2008)

Übungsblatt Nr. 7

29. November 2007

Aufgabe 7.1

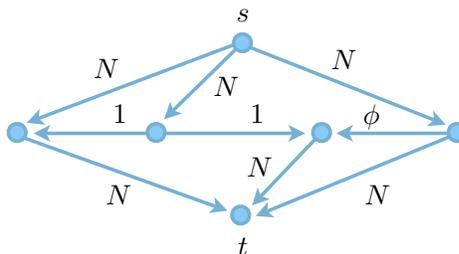
Sei (D, u, s, t) ein Flussnetz und sei f ein Fluss. Zeigen Sie, dass es dann eine Familie \mathcal{P} von s - t -Wegen, eine Familie \mathcal{C} von Zirkulationen in D und eine Bewertung $w : \mathcal{P} \cup \mathcal{C} \rightarrow \mathbb{R}_+$ gibt, so dass $f(e) = \sum_{P \in \mathcal{P} \cup \mathcal{C}: e \in A(P)} w(P)$ für alle $e \in A(D)$, $val(f) = \sum_{P \in \mathcal{P}} w(P)$ und $|\mathcal{P}| + |\mathcal{C}| \leq |A(D)|$. Beweisen Sie ferner, dass $w : \mathcal{P} \cup \mathcal{C} \rightarrow \mathbb{Z}_+$ gewählt werden kann, falls f auf jedem Bogen ganzzahlig ist.

Aufgabe 7.2

Geben Sie eine Flussnetz-Instanz (D, u, s, t) an, für die der Algorithmus von Ford-Fulkerson eine exponentielle Laufzeit benötigt.

Aufgabe 7.3

Weisen Sie durch (un-)geeignete Wahl von augmentierenden s - t -Wegen in der folgenden Flussnetz-Instanz (D, u, s, t) nach, dass der Algorithmus von Ford-Fulkerson hier nicht konvergiert.



Hierbei ist $N \in \mathbb{Z}_+$ eine hinreichend große Zahl und $\phi = (\sqrt{5} - 1)/2 \approx 0,618034$.

Aufgabe 7.4

Implementieren Sie den Algorithmus von Ford und Fulkerson in den Varianten edmondsKarp und dinitz. Wenden Sie die Algorithmen auf Instanzen an, die Sie mit Ihrem Verfahren aus Aufgabe 2.7 generiert haben. Stellen Sie die jeweilige Ausgabe der einzelnen Algorithmen grafisch dar. Untersuchen Sie das Laufzeitverhalten empirisch, und weisen Sie nach, dass es den theoretischen Aussagen über die Algorithmen entspricht.

Aufgabe 7.5

Implementieren Sie den Algorithmus von Lawler. Für welche Größen von S und R ist die Laufzeit kleiner als 10 Minuten?