

# Graphen und Algorithmen (WS 2007/2008)

## Übungsblatt Nr. 3

1. November 2007

### Aufgabe 3.1

Zeigen Sie, dass ein Graph  $G = (V, E)$  genau ein Baum ist, wenn  $G$  kreisfrei ist und die Eulersche Formel  $|V| = |E| + 1$  gilt.

### Aufgabe 3.2

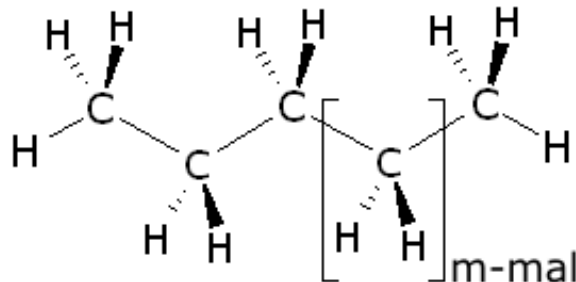
Gegeben sei ein Baum  $T$ , in dem es einen Knoten  $v$  mit Grad  $k$  gibt. Zeigen Sie, dass  $T$  mindestens  $k$  Endknoten hat.

### Aufgabe 3.3

a) Gegeben sei eine Folge von ganzen Zahlen  $d_1, \dots, d_n$  mit  $0 < d_1 \leq \dots \leq d_n$ . Zeigen Sie, dass es einen Baum mit  $n$  Knoten  $V = \{1, \dots, n\}$  mit den Graden  $\deg(1) = d_1, \dots, \deg(n) = d_n$  genau dann gibt, wenn  $d_1 + \dots + d_n = 2n - 2$  gilt.

b) Kohlenwasserstoffe teilt man in gesättigte und ungesättigte Kohlenwasserstoffe ein. Darüber hinaus kann man auch eine Unterscheidung in kettenförmige und ringförmige Kohlenwasserstoffe vornehmen. Gesättigte Kohlenwasserstoffe werden als Alkane bezeichnet. Bei diesen handelt es sich um chemische Verbindungen, die ausschließlich C-C-Einfachbindungen enthalten (C ist das chemische Zeichen für das Kohlenstoff-Atom). Die einfachsten und bekanntesten Alkane sind Methan ( $\text{CH}_4$ ), Ethan ( $\text{C}_2\text{H}_6$ ) und Propan ( $\text{C}_3\text{H}_8$ ). Sie werden auch als Aliphate bezeichnet. Allgemein besteht ein Aliphate aus einer Anzahl von Kohlenstoff- und Wasserstoffatomen, so dass jedes Kohlenstoffatom 4 Bindungen und jedes Wasserstoffatom eine Bindung eingeht und keine Folge von Bindungen einen Kreis bildet.

Zeigen Sie, dass Aliphate genau dann aus  $c$  Kohlenstoff- und  $h$  Wasserstoffatomen bestehen kann, wenn  $h = 2c + 2$  gilt.



### Aufgabe 3.4

Seien  $P_1$  und  $P_2$  zwei Wege maximaler Länge in einem Baum. Zeigen Sie, dass  $P_1$  und  $P_2$  mindestens einen Knoten gemeinsam haben.

### **Aufgabe 3.5**

Implementieren Sie die folgenden Algorithmen:

1. topologicalSorting
2. stronglyConnectedComponent

Wenden Sie die Algorithmen auf Instanzen an, die Sie mit Ihrem Verfahren aus Aufgabe 2.7 generiert haben. Stellen Sie die jeweilige Ausgabe der einzelnen Algorithmen grafisch dar. Untersuchen Sie das Laufzeitverhalten empirisch, und weisen Sie nach, dass es den theoretischen Aussagen über die Algorithmen entspricht.