Graphen und Algorithmen (WS 2007/2008)

Übungsblatt Nr. 11

10. Januar 2008

Aufgabe 11.1

a) Wieviele einfache zusammenhängende Eulersche Graphen gibt es mit drei, vier bzw. fünf Knoten?
b) Wieviele zusammenhängende Eulersche Graphen (mit Schlingen und Mehrfachkanten) mit vier Kanten gibt es?

Aufgabe 11.2

Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Hat ein zusammenhängender Graph genau vier ungerade Knoten, dann kann man ihn mit zwei Strecken zeichnen, ohne abzusetzen und ohne Kanten doppelt zu zeichnen.

Aufgabe 11.3

Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Ist G ein Eulerscher Graph und sind e, e' zwei Kanten in G mit einem gemeinsamen Endknoten, dann gibt es eine Eulertour in G, in welcher e und e' direkt nacheinander vorkommen.

Aufgabe 11.4

Eine Eulertour in einem Digraphen ist ein geschlossener Bogenzug, der alle Bögen des Digraphen beinhaltet, und in dem der Endknoten eines Bogens der Startknoten des folgenden Bogens ist.
Beweisen Sie, dass ein (schwach) zusammenhängender Digraph $D = (V, A)$ genau dann eine Eulertour enthält, wenn $\deg_{in}(v) = \deg_{out}(v)$ für alle Knoten $v \in V$ gilt.

Aufgabe 11.5

Der Kantengraph $\mathcal{K}(G)$ eines schlichten Graphen $G = (V, E)$ hat als Knoten die Kanten von G. Zwei Knoten u, v in $\mathcal{K}(G)$ sind genau dann durch eine Kante verbunden, wenn die Kanten u, v in G einen gemeinsamen Endknoten haben.
a) Geben Sie eine Formel für den Grad eines Knotens in $\mathcal{K}(G)$ an (unter Verwendung der Knotengrade in G).
b) Beweisen Sie: Ist G Eulersch, dann ist auch $\mathcal{K}(G)$ Eulersch; die Umkehrung ist i.A. nicht richtig.
c) Geben Sie eine Charakterisierung an, wann $\mathcal{K}(G)$ Eulersch ist.

Aufgabe 11.6

Implementieren Sie den Algorithmus von Fleury.