

# Graphen und Algorithmen (WS 2007/2008)

Übungsblatt Nr. 10

20. Dezember 2007

## Aufgabe 10.1

Sei  $v$  ein Zerlegungsknoten des (schlichten) Graphen  $G$ . Beweisen Sie, dass  $\overline{G} - v$  zusammenhängend ist.

## Aufgabe 10.2

Konstruieren Sie für  $k \in \mathbb{Z}, k \geq 1$  einen  $2k + 1$ -regulären schlichten Graphen, der genau eine Brücke besitzt.

## Aufgabe 10.3

a) Sei  $G$  ein planarer Graphen auf  $n$  Knoten. Bezeichnet  $n_d$  die Anzahl Knoten mit einem Grad von höchstens  $d$ , so ist

$$n_d \geq \frac{n(d-5) + 12}{d+1}.$$

b) Zeigen Sie, dass ein planarer Graph höchstens 5-fach zusammenhängend ist. Geben Sie einen 4-fach zusammenhängenden planaren Graphen mit genau 6 Knoten an. Zeigen Sie ferner, dass ein 5-fach zusammenhängender planarer Graph mindestens 12 Knoten hat. Geben Sie ein Beispiel für einen 5-fach zusammenhängenden planaren Graphen mit genau 12 Knoten an.

## Aufgabe 10.4

Beweisen Sie die Kantenversion des Satzes von Menger: Es seien  $u$  und  $v$  zwei Knoten eines Graphen  $G$ . Dann ist die maximale Anzahl paarweise kantendisjunkter  $v$ - $w$ -Wege in  $G$  genauso groß wie die minimale Anzahl von Kanten in einer  $v$ - $w$ -trennenden Menge.

## Aufgabe 10.5

Beweisen Sie den verallgemeinerten Satz von Whitney in der Kantenversion: Ein schlichter Graph  $G$  ist dann und nur dann  $n$ -fach kantenzusammenhängend, wenn es für jedes Knotenpaar  $v, w$  mit  $v \neq w$  mindestens  $n$  paarweise kantendisjunkte Wege von  $v$  nach  $w$  gibt.