

Graphen und Algorithmen (WS 2007/2008)

Übungsblatt Nr. 10

20. Dezember 2007

Aufgabe 10.1

Sei v ein Zerlegungsknoten des (schlichten) Graphen G . Beweisen Sie, dass $\overline{G} - v$ zusammenhängend ist.

Aufgabe 10.2

Konstruieren Sie für $k \in \mathbb{Z}, k \geq 1$ einen $2k + 1$ -regulären schlichten Graphen, der genau eine Brücke besitzt.

Aufgabe 10.3

a) Sei G ein planarer Graphen auf n Knoten. Bezeichnet n_d die Anzahl Knoten mit einem Grad von höchstens d , so ist

$$n_d \geq \frac{n(d-5) + 12}{d+1}.$$

b) Zeigen Sie, dass ein planarer Graph höchstens 5-fach zusammenhängend ist. Geben Sie einen 4-fach zusammenhängenden planaren Graphen mit genau 6 Knoten an. Zeigen Sie ferner, dass ein 5-fach zusammenhängender planarer Graph mindestens 12 Knoten hat. Geben Sie ein Beispiel für einen 5-fach zusammenhängenden planaren Graphen mit genau 12 Knoten an.

Aufgabe 10.4

Beweisen Sie die Kantenversion des Satzes von Menger: Es seien u und v zwei Knoten eines Graphen G . Dann ist die maximale Anzahl paarweise kantendisjunkter v - w -Wege in G genauso groß wie die minimale Anzahl von Kanten in einer v - w -trennenden Menge.

Aufgabe 10.5

Beweisen Sie den verallgemeinerten Satz von Whitney in der Kantenversion: Ein schlichter Graph G ist dann und nur dann n -fach kantenzusammenhängend, wenn es für jedes Knotenpaar v, w mit $v \neq w$ mindestens n paarweise kantendisjunkte Wege von v nach w gibt.