

Graphen und Algorithmen (WS 2007/2008)

Übungsblatt Nr. 1

18. Oktober 2007

Aufgabe 1.1

Es sei G ein Graph mit n Knoten und e Kanten, und es sei m die kleinste positive Zahl, so dass $m \geq 2e/n$. Es ist zu beweisen, dass G einen Knoten enthält, der mindestens den Grad m hat.

Aufgabe 1.2

Es sei G ein k -regulärer Graph, wobei k eine ungerade Zahl ist. Man beweise, dass die Anzahl der Kanten in G ein Vielfaches von k ist.

Aufgabe 1.3

Zeigen Sie, dass der Graph $K_{3,3}$ nicht planar ist.

Aufgabe 1.4

Zeigen Sie, dass ein zusammenhängender, planarer Graph mit $n \geq 3$ Knoten, der keine Kreise der Länge drei enthält, höchstens $2n - 4$ Kanten und $n - 2$ Flächen hat.

Aufgabe 1.5

Sei G ein zusammenhängender, planarer Graph. Zeigen Sie, dass G einen Knoten hat, dessen Grad kleiner als 6 ist.

Aufgabe 1.6

Zeigen Sie, dass in einem zusammenhängenden, planaren Graphen der durchschnittliche Knotengrad kleiner als sechs ist.

Aufgabe 1.7

Beweisen Sie für natürliche Zahlen $a, b \in \mathbb{N}$ die Identität

$$\left\lceil \frac{a}{b} \right\rceil = \left\lfloor \frac{a+b-1}{b} \right\rfloor.$$

Aufgabe 1.8

Zeigen Sie, dass der Graph $K_{4,4}$ auf einem Torus eben zeichenbar ist.